



PDF exclusivo  
para uso

Ministerio de Educación  
Brepres de Santillana Marzo 2020  
Cuaderno de Ejercicios

# Matemática

# 1<sup>o</sup>

Medio



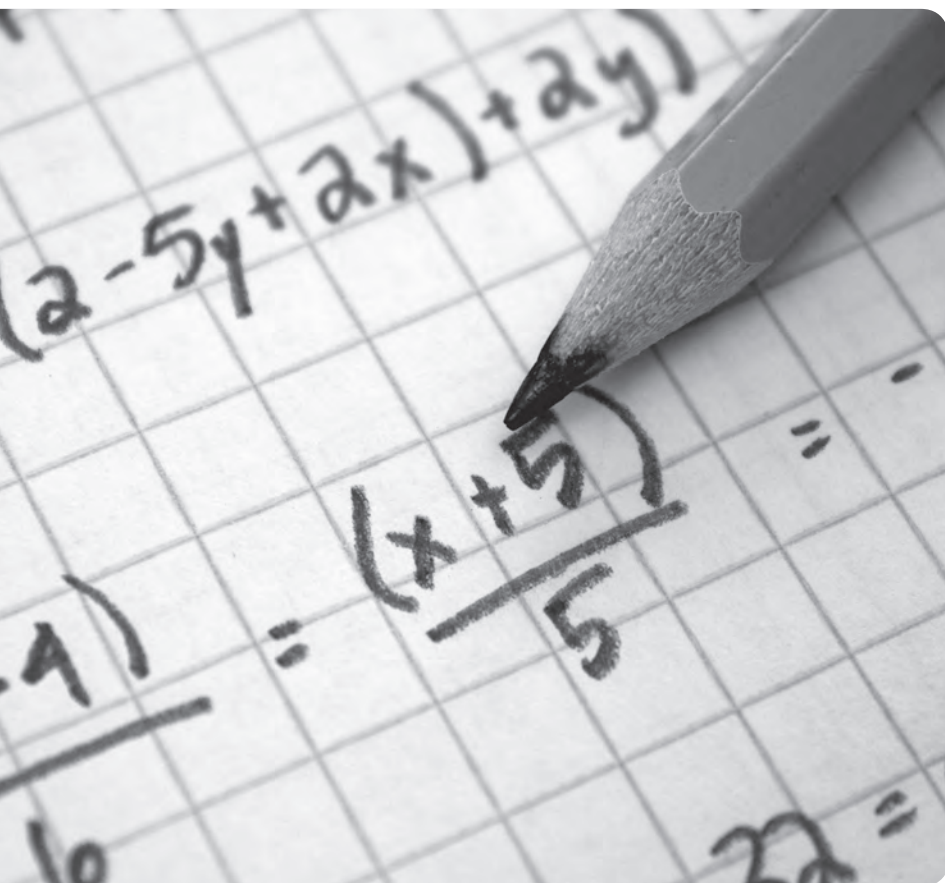
Edición especial para el  
Ministerio de Educación  
Prohibida su comercialización





# Matemática

# 1<sup>o</sup> Medio



## AUTORES

**Javiera Setz Mena**

Licenciada en Matemática

Licenciada en Educación

Profesora de Matemática Enseñanza Media

Pontificia Universidad Católica de Chile

**Bastián Galasso Díaz**

Magíster en Matemática

Pontificia Universidad Católica de Chile

El **Cuaderno de ejercicios Matemática 1° Medio** es una obra colectiva, creada y diseñada por el Departamento de Investigaciones Educativas de Editorial Santillana, bajo la dirección editorial de:

## RODOLFO HIDALGO CAPRILE

Subdirección editorial:	Marisol Flores Prado
Coordinación Área Matemática:	Cristian Gúmera Valenzuela
Edición:	Javiera Setz Mena
Autoría:	Javiera Setz Mena Bastián Galasso Díaz
Corrección de estilo:	Carolina Ardiles Bonavía
Solucionario:	Sergio Muñoz Venegas
Documentación:	Cristian Bustos Chavarría
Subdirección de diseño:	María Verónica Román Soto
Diseño y diagramación:	Daniel Monetta Moscoso
Cubierta:	Miguel Bendito López
Fotografía:	Archivo editorial
Ilustraciones:	Archivo editorial
Producción:	Rosana Padilla Cencever



Quedan rigurosamente prohibidas, sin la autorización escrita de los titulares del derecho de autor, bajo las sanciones establecidas en las leyes, la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio o procedimiento, comprendidos la reprografía y el tratamiento informático, y la distribución en ejemplares de ella mediante alquiler o préstamo público.

La editorial ha hecho todo lo posible por conseguir los permisos correspondientes para las obras con derecho de autor que aparecen en el presente texto. Cualquier error u omisión será rectificado en futuras impresiones a medida que la información esté disponible.

© 2016, by Santillana del Pacífico S. A. de Ediciones.

Avda. Andrés Bello 2299, piso 10, Providencia, Santiago (Chile).

PRINTED IN CHILE. Impreso en Chile por RR Donnelley Chile

ISBN: 978-956-15-3039-3 – Inscripción nº 273.532

Se terminó de imprimir esta 4ª edición de 240.271 ejemplares, en el mes de octubre del año 2019.

[www.santillana.cl](http://www.santillana.cl)

[infochile@santillana.com](mailto:infochile@santillana.com)

Santillana® es una marca registrada de Grupo Santillana de Ediciones, S. L. Todos los derechos reservados.



Extiende tu proceso de aprendizaje en el Cuaderno de ejercicios de **Matemática 1º Medio**. Cada vez que encuentres el siguiente ícono en tu texto, debes dirigirte a él.



Aquí encontrarás entretenidas y variadas actividades que te permitirán reforzar, ejercitar y profundizar los contenidos trabajados en tu texto de Matemática 1º Medio.



El Cuaderno de ejercicios tiene cuatro unidades organizadas por temas directamente vinculados a lo desarrollado en el texto.



¡Bienvenido a este nuevo desafío!



## Páginas de ejercicios

Las actividades en el cuaderno se presentan siguiendo el orden de los contenidos del texto.

Las actividades de verdadero o falso cuentan con espacio para que puedas justificar tus respuestas.

Puedes identificar el tema y la unidad correspondiente a cada grupo de ejercicios.

Para cada unidad se incluyen actividades de selección múltiple.

**Tema 2: Potencias**

### Multiplicación y división de potencias de base racional

1. Resuelve aplicando las propiedades de las potencias. En algunos casos deberás hacer modificaciones para igualar las bases.

a.  $(\frac{1}{2})^3 \cdot \frac{1}{2} =$        e.  $2 \cdot (\frac{1}{2})^2 =$        i.  $(0,8)^2 \cdot 0,8^3 =$

b.  $(\frac{1}{3})^2 \cdot (\frac{1}{3}) =$        f.  $(-\frac{2}{3}) \cdot (-\frac{2}{3})^2 =$        j.  $(0,5)^2 \cdot (-\frac{1}{2})^3 =$

c.  $(2,7)^2 \cdot 0,3^2 =$        g.  $(0,6)^2 \cdot 0,3^2 =$        k.  $(\frac{1}{2})^3 \cdot 3 \cdot (\frac{1}{2}) =$

d.  $(\frac{1}{4}) \cdot (\frac{1}{4}) =$        h.  $[(\frac{1}{2})^2] \cdot (\frac{1}{2}) =$        l.  $(1,6)^2 \cdot 0,4^2 =$

2. Completa la siguiente tabla, escribiendo el resultado en cada casillero con el signo correspondiente.

a	b	a · b	a : b
0,048	0,2		
0,25	0,5		
0,64	0,8		
0,0625	0,25		
0,5 <sup>2</sup>	0,25 <sup>2</sup>		

A partir de los resultados obtenidos en la tabla, responde:

a. ¿Aplicaste potencias para resolver las operaciones? ¿Por qué?

b. ¿Resolviste las operaciones con decimales o usando fracciones?

c. ¿De qué manera te parece más fácil de calcular? Explica.

**Preguntas de selección múltiple**

1. El número  $\pi$  se define como la razón:

A. Entre el perímetro de un círculo y su diámetro.  
B. Entre el perímetro de un círculo y su radio.  
C. Entre el diámetro de un círculo y su perímetro.  
D. Entre el radio de un círculo y su diámetro.

2. En la figura  $AB = 5$  cm y  $AC = 10$  cm. ¿Cuánto mide el arco  $CB$ ?

A. 58 cm  
B.  $\frac{10}{\pi}$  cm  
C.  $\frac{10}{2\pi}$  cm  
D. Faltó información.

3. El radio basal y la altura de un cono recto miden, respectivamente, 5 cm y 12 cm. ¿Cuál es el área del mantel de este cono?

A. 65  $\pi$  cm<sup>2</sup>  
B. 90  $\pi$  cm<sup>2</sup>  
C. 302  $\pi$  cm<sup>2</sup>  
D. 200  $\pi$  cm<sup>2</sup>

4. ¿Cuál es el área de la región sombreada?

A. 16  $\pi$  cm<sup>2</sup>  
B. 25  $\pi$  cm<sup>2</sup>  
C. 4  $\pi$  cm<sup>2</sup>  
D. 16 cm<sup>2</sup>

5. Si en un cono recto la altura mide 4 cm y su generatriz mide 5 cm, ¿cuál es su volumen?

A. 3768 cm<sup>3</sup>  
B. 473 cm<sup>3</sup>  
C. 113,04 cm<sup>3</sup>  
D. 141,3 cm<sup>3</sup>

6. ¿Cuál es el volumen de un cono si el diámetro basal mide 18 cm y su altura 25 cm? Usa  $\pi = 3,14$ .

A. 236 cm<sup>3</sup>  
B. 1433 cm<sup>3</sup>  
C. 2 120 cm<sup>3</sup>  
D. 8478 cm<sup>3</sup>

7. La siguiente figura está formada por un triángulo equilátero y un semicírculo de 21 cm de radio. ¿Cuál es su perímetro? Considera  $\pi = \frac{22}{7}$ .

A. 108 cm  
B. 132 cm  
C. 140 cm  
D. 150 cm

8. El volumen de un cono recto es 1 094,8 cm<sup>3</sup> y su área basal es 200,56 cm<sup>2</sup>. ¿Cuánto mide su altura?

A. 15 cm  
B. 9 cm  
C. 17 cm  
D. 45 cm

9. La figura está hecha con tres sectores circulares. ¿Cuál es su área (aproximada a un decimal)? Considera  $\pi = 3,14$ .

A. 78,5 cm<sup>2</sup>  
B. 157,5 cm<sup>2</sup>  
C. 235,5 cm<sup>2</sup>  
D. 314,5 cm<sup>2</sup>

10. Si el radio del cilindro recto mide 10 cm y su altura mide 24 cm, ¿cuánto mide el área total del cono recto?

A. 62,8 cm<sup>2</sup>  
B. 894,4 cm<sup>2</sup>  
C. 1 739,4 cm<sup>2</sup>  
D. 2 132,4 cm<sup>2</sup>

11. En la siguiente figura,  $m \parallel n \parallel p$ . ¿Cuál es el valor de  $x$ ?

A. 37,5 cm  
B. 52,5 cm  
C. 47,0 cm  
D. 42,5 cm

12. En la figura,  $AC = 14$  cm,  $AE = 21$  cm y  $AD : DE = 4 : 3$ . ¿Cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas?

I. La razón de homotecia es 4 : 3  
II.  $AD \cdot EC = 18$  cm  
III.  $DB = \sqrt{60}$  cm

A. Solo I.  
B. Solo I y II.  
C. Solo I y III.  
D. I y III.

13. En la figura, el triángulo  $A'B'C'$  correspondiente a la imagen resultante luego de aplicar una homotecia con centro en  $O$  al triángulo  $ABC$ . ¿Cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones es o son verdaderas?

I. La razón de homotecia es 15.  
II. El área de  $\Delta A'B'C'$  es 12 cm<sup>2</sup>.  
III. La longitud de  $A'C'$  es 9 cm.

A. Solo III.  
B. Solo I y II.  
C. Solo I y III.  
D. I y III.

14. En el rectángulo de la figura,  $a : b = 4 : 3$  y la diagonal  $BD$  mide 10 cm. ¿Cuánto mide  $AE$ ?

A. 4,2 cm  
B. 4,8 cm  
C. 4,3 cm  
D. 8,2 cm

15. Un segmento  $AB$  de 27 cm de longitud está dividido interiormente por un punto  $P$  en la razón 6 : 3. ¿Cuáles son las longitudes de los segmentos  $AP$  y  $PB$ ?

A.  $AP = 9$  cm y  $PB = 6$  cm.  
B.  $AP = 9$  cm y  $PB = 18$  cm.  
C.  $AP = 6$  cm y  $PB = 3$  cm.  
D.  $AP = 18$  cm y  $PB = 9$  cm.

En los espacios para cada actividad podrás escribir tu resolución.

## Páginas de solucionario

**Solucionario**

Unidad 1: Ejercicios

1. a.  $(\frac{1}{2})^3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$

b.  $(\frac{1}{3})^2 \cdot (\frac{1}{3}) = \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$

c.  $(2,7)^2 \cdot 0,3^2 = 7,29 \cdot 0,09 = 0,6561$

d.  $(\frac{1}{4}) \cdot (\frac{1}{4}) = \frac{1}{16}$

e.  $2 \cdot (\frac{1}{2})^2 = 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

f.  $(-\frac{2}{3}) \cdot (-\frac{2}{3})^2 = -\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{9} = -\frac{8}{27}$

g.  $(0,6)^2 \cdot 0,3^2 = 0,36 \cdot 0,09 = 0,0324$

h.  $[(\frac{1}{2})^2] \cdot (\frac{1}{2}) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

i.  $(0,8)^2 \cdot 0,8^3 = 0,64 \cdot 0,512 = 0,32768$

j.  $(0,5)^2 \cdot (-\frac{1}{2})^3 = 0,25 \cdot (-\frac{1}{8}) = -\frac{1}{32}$

k.  $(\frac{1}{2})^3 \cdot 3 \cdot (\frac{1}{2}) = \frac{1}{8} \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{16}$

l.  $(1,6)^2 \cdot 0,4^2 = 2,56 \cdot 0,16 = 0,4096$

2. a.  $0,048 : 0,2 = 0,24$

b.  $0,25 : 0,5 = 0,5$

c.  $0,64 : 0,8 = 0,8$

d.  $0,0625 : 0,25 = 0,25$

e.  $0,5^2 : 0,25^2 = 0,25 : 0,0625 = 4$

3. a.  $58 \pi$  cm

b.  $\frac{10}{\pi}$  cm

c.  $\frac{10}{2\pi}$  cm

d. Faltó información.

4.  $16 \pi$  cm<sup>2</sup>

5.  $3768$  cm<sup>3</sup>

6.  $1433$  cm<sup>3</sup>

7.  $108$  cm

8.  $157,5$  cm<sup>2</sup>

9.  $235,5$  cm<sup>2</sup>

10.  $1739,4$  cm<sup>2</sup>

11.  $42,5$  cm

12. Solo I y III.

13. Solo I y III.

14.  $4,8$  cm

15.  $AP = 9$  cm y  $PB = 18$  cm.

Al final del cuaderno, encontrarás las soluciones para todos los ejercicios propuestos y podrás revisar si tus respuestas son correctas.

Unidad <b>1</b>  Números	<b>Tema 1: Operatoria en los números racionales . . . . . 6</b>	<b>Tema 2: Potencias . . . . . 16</b>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Números racionales . . . . . 6</li> <li>• Adición y sustracción de números racionales . . . . . 8</li> <li>• Multiplicación y división de números racionales . . . . . 10</li> <li>• Propiedades de la adición y multiplicación de números racionales . . . . . 12</li> <li>• Operaciones combinadas . . . . . 14</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Potencias de base y exponente entero . . . . . 16</li> <li>• Potencias de base racional y exponente entero . . . . . 17</li> <li>• Multiplicación y división de potencias de base racional . . . . . 18</li> <li>• Crecimiento y decrecimiento exponencial . . . . . 20</li> </ul>
		<b>Preguntas de selección múltiple . . . . . 22</b>

Unidad <b>2</b>  Álgebra y funciones	<b>Tema 1: Productos notables . . . . . 26</b>	<b>Tema 3: Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas . . . . . 34</b>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cuadrado y cubo de un binomio . . . . . 26</li> <li>• Suma por su diferencia y producto de binomios con un término en común . . . . . 28</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ecuación lineal de dos incógnitas . . . . . 34</li> <li>• Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas . . . . . 35</li> <li>• Métodos de resolución: igualación, sustitución, reducción y Cramer . . . . . 36</li> </ul>
	<b>Tema 2: Factorización . . . . . 30</b>	<b>Tema 4: Relación entre dos variables . . . . . 40</b>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Factorización por un factor en común . . . . . 30</li> <li>• Factorización mediante productos notables: binomios . . . . . 31</li> <li>• Factorización mediante productos notables: trinomios . . . . . 32</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Relaciones lineales de la forma <math>f(x, y) = ax + by</math> . . . . . 40</li> <li>• Variación de parámetros . . . . . 41</li> </ul>
		<b>Preguntas de selección múltiple . . . . . 42</b>

Unidad <b>3</b>  Geometría	<b>Tema 1: Sectores y segmentos circulares . . . . . 46</b>	<b>Tema 3: Homotecia y teorema de Tales . . . . . 54</b>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Elementos de la circunferencia y del círculo . . . . . 46</li> <li>• Perímetro de un sector y segmento circular . . . . . 48</li> <li>• Área de un sector y segmento circular . . . . . 49</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Homotecia . . . . . 54</li> <li>• Homotecia de forma vectorial . . . . . 55</li> <li>• Teorema de Tales . . . . . 56</li> <li>• División proporcional de segmentos . . . . . 58</li> </ul>
	<b>Tema 2: Área y volumen del cono . . . . . 50</b>	<b>Tema 4: Semejanza . . . . . 60</b>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Área de un cono . . . . . 50</li> <li>• Volumen de un cono . . . . . 52</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Semejanza de figuras . . . . . 60</li> <li>• Criterios de semejanza . . . . . 62</li> <li>• Teoremas de Euclides . . . . . 63</li> </ul>
		<b>Preguntas de selección múltiple . . . . . 64</b>

Unidad <b>4</b>  Probabilidad y estadística	<b>Tema 1: Comparación de muestras . . . . . 68</b>	<b>Tema 2: Propiedades de la probabilidad . . . . . 74</b>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Relación entre dos variables cuantitativas . . . . . 68</li> <li>• Relación entre dos variables cualitativas . . . . . 70</li> <li>• Comparación de dos poblaciones . . . . . 72</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Unión e intersección de eventos . . . . . 74</li> <li>• Reglas aditivas de la probabilidad . . . . . 76</li> <li>• Reglas multiplicativas de la probabilidad . . . . . 78</li> </ul>
		<b>Tema 3: Comportamiento aleatorio . . . . . 80</b>
		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Paseos aleatorios y frecuencias relativas . . . . . 80</li> <li>• Paseos aleatorios y probabilidad . . . . . 82</li> </ul>
		<b>Preguntas de selección múltiple . . . . . 84</b>
		<b>Solucionario . . . . . 88</b>

## Tema 1: Operatoria en los números racionales

### Números racionales

1. Anota  $\in$  si el número pertenece al conjunto numérico, en caso contrario anota  $\notin$  (no pertenece).

a.  $-45 \quad \bigcirc \quad \mathbb{N}$

d.  $1\,508 \quad \bigcirc \quad \mathbb{Z}$

g.  $-72 \quad \bigcirc \quad \mathbb{Z}$

b.  $\frac{1}{7} \quad \bigcirc \quad \mathbb{Z}$

e.  $1,14142 \quad \bigcirc \quad \mathbb{Q}$

h.  $\pi \quad \bigcirc \quad \mathbb{Q}$

c.  $-\frac{1}{12} \quad \bigcirc \quad \mathbb{Q}$

f.  $0,5 \quad \bigcirc \quad \mathbb{N}$

i.  $108 \quad \bigcirc \quad \mathbb{N}$

2. Completa con *es*, *puede ser* o *no es*.

a. Un número entero \_\_\_\_\_ un número racional.

b. Un número decimal infinito \_\_\_\_\_ representado como fracción.

c. Una raíz cuadrada no exacta \_\_\_\_\_ un número racional.

d. Una fracción irreducible \_\_\_\_\_ equivalente a un número decimal periódico.

3. Representa cada número decimal como una fracción. Luego, simplifica.

a.  $0,72 = \boxed{\phantom{00}}$

d.  $4,\bar{2} = \boxed{\phantom{00}}$

g.  $0,\bar{36} = \boxed{\phantom{00}}$

b.  $8,875 = \boxed{\phantom{00}}$

e.  $0,\bar{50} = \boxed{\phantom{00}}$

h.  $0,032 = \boxed{\phantom{00}}$

c.  $1,0625 = \boxed{\phantom{00}}$

f.  $0,\bar{216} = \boxed{\phantom{00}}$

i.  $0,9\bar{3} = \boxed{\phantom{00}}$

4. Escribe un número racional que se pueda encontrar entre cada par de números.

a.  $\frac{9}{8} \quad \boxed{\phantom{00}} \quad 1,26$

d.  $-170,55 \quad \boxed{\phantom{00}} \quad -170,54$

b.  $-3,1 \quad \boxed{\phantom{00}} \quad -3,09$

e.  $\frac{3}{250} \quad \boxed{\phantom{00}} \quad 0,04$

c.  $1,3 \quad \boxed{\phantom{00}} \quad \frac{3}{2}$

f.  $8,99 \quad \boxed{\phantom{00}} \quad 9$



5. Completa cada enunciado.

- La representación decimal de  $\frac{1}{9}$  es un número decimal \_\_\_\_\_.
- $\frac{1}{15}$  se puede expresar como un número decimal \_\_\_\_\_.
- Si un número se puede expresar de la forma  $\frac{a}{b}$ , en la que  $a$  y  $b$  son números enteros y  $b \neq 0$ , entonces es un número \_\_\_\_\_.
- La representación decimal de  $\frac{1}{2}$  es un número \_\_\_\_\_.

6. Completa el siguiente diagrama con los distintos números racionales (que no son números enteros).



7. Verifica si cada afirmación es verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.

- La representación decimal de  $\pi$  es un decimal infinito periódico.  
\_\_\_\_\_
- Toda fracción se puede expresar como un número decimal finito.  
\_\_\_\_\_
- Un número racional es un número de la forma  $\frac{a}{b}$ , en el cual  $b$  puede ser igual a cero.  
\_\_\_\_\_
- Mientras mayor es el numerador de una fracción, mayor es la fracción.  
\_\_\_\_\_
- Todos los decimales infinitos son números racionales.  
\_\_\_\_\_
- Todo número natural o entero puede ser representado como una fracción.  
\_\_\_\_\_

# Adición y sustracción de números racionales

1. **Geometría** Analiza el siguiente tangrama y resuelve.

a. Anota la fracción que representa cada una de las partes del tangrama.

$a = b = \boxed{\phantom{00}}$

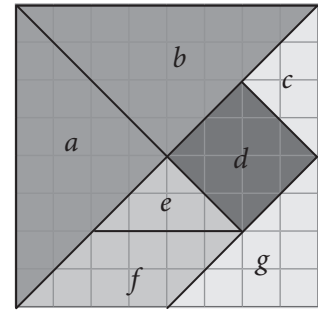
$d = \boxed{\phantom{00}}$

$f = \boxed{\phantom{00}}$

$c = \boxed{\phantom{00}}$

$e = \boxed{\phantom{00}}$

$g = \boxed{\phantom{00}}$



b. Calcula el resultado uniendo las partes del tangrama que correspondan.

$a + c = \boxed{\phantom{00}}$

$a + g = \boxed{\phantom{00}}$

$f + e = \boxed{\phantom{00}}$

$b + d - e = \boxed{\phantom{00}}$

2. Resuelve los siguientes ejercicios que involucran adiciones y sustracciones.

a.  $\frac{2}{3} + 1,5 - 0,3 = \boxed{\phantom{00}}$

d.  $\frac{1}{3} - 0,25 + 1 = \boxed{\phantom{00}}$

b.  $0,14 + \frac{2}{3} + \frac{-6}{4} = \boxed{\phantom{00}}$

e.  $\frac{4}{5} - 0,8 + 0,2 + \frac{3}{4} = \boxed{\phantom{00}}$

c.  $0,7 + 4,3 + \frac{-12}{5} = \boxed{\phantom{00}}$

f.  $5 - 1\frac{1}{2} + 2,6 = \boxed{\phantom{00}}$

• ¿Cuál es tu estrategia, operar con fracciones o con decimales? ¿Por qué la utilizas?

---

3. Encuentra tres adiciones diferentes cuyo resultado sea  $\frac{4}{6}$ . ¿Cuántas posibilidades hay?

---



---

4. Un vendedor utiliza una balanza y tiene solo tres tipos de pesas, de  $\frac{1}{2}$  kilo,  $\frac{1}{4}$  kilo, y  $\frac{1}{5}$  kilo. ¿Cuántas pesas de cada una puede usar para productos de...

	$\frac{1}{2}$ kg	$\frac{1}{4}$ kg	$\frac{1}{5}$ kg
a. $2\frac{1}{4}$ kg?	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

b. $1\frac{1}{5}$ kg?	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
-----------------------	----------------------	----------------------	----------------------

5. Resuelve los siguientes problemas.

- a. De sus ahorros, Andrea gastó  $\frac{1}{4}$  en un regalo, luego gastó  $\frac{3}{8}$  para comprarse una polera y  $\frac{1}{8}$  para ir al cine. ¿Qué fracción del dinero ahorrado representa lo que le quedó a Andrea después de estos gastos?

---

- b. En un ascensor suben dos personas con una masa corporal de 60 kg y 95,7 kg y una de ellas lleva una mochila de expedición de 48,7 kg. Si el ascensor admite 350 kg de carga máxima, ¿puede subir otra persona más si su masa corporal es de 86,7 kg?

---

- c. Sofía se demora  $1\frac{1}{3}$  h en estudiar Matemática y  $\frac{3}{4}$  h en hacer su tarea de Lenguaje. Si comenzó a las 16:00 h, ¿habrá terminado de hacer sus deberes a las 18:00 h? ¿Por qué?

---

- d. Si Lucas y su mamá suben a una balanza, su masa corporal es de 103,5 kg. Cuando sube con su papá, la balanza indica 113,9 kg. La masa corporal de ambos padres juntos es de 130 kg. ¿Cuánto indicaría la balanza si se subieran los tres juntos?

---

- e. Si con tres vasos de  $\frac{1}{5}$  L y dos de  $\frac{1}{4}$  L se llena una botella hasta la mitad, ¿cuál es la capacidad de la botella?

---

- f. Gabriel recorre diariamente 1,5 km desde su casa al colegio, 1,9 km desde el colegio a la casa de su abuela y 0,7 km desde la casa de su abuela a la suya. ¿Cuántos kilómetros recorre de lunes a viernes?

---

- g. El estanque de una estufa de parafina tiene una capacidad de 5,75 L. Si después de llenarlo se consumieron 2,5 L, ¿cuántos litros de parafina quedaron en el estanque?

---

6. En una carrera, Jorge se demoró 9,56 minutos en llegar a la meta, Andrés tardó  $9\frac{3}{4}$  minutos, Carola,  $9\frac{28}{30}$  minutos y Daniela, 9,92 minutos.

a. ¿Quién ganó la carrera? \_\_\_\_\_

b. ¿Quién llegó último a la meta? \_\_\_\_\_

c. ¿Cuántos segundos de diferencia hubo entre la persona que llegó primero y la última?

d. ¿Cuántos segundos antes llegó Jorge que Andrés?

e. ¿Cuántos segundos más tarde llegó Daniela que Carola?

## Multiplicación y división de números racionales

1. Resuelve los siguientes ejercicios que involucran multiplicaciones y divisiones.

a.  $\frac{3}{4} \cdot 1,5 : 0,7 =$

d.  $\frac{1}{8} : 0,25 \cdot 1 =$

b.  $0,1\bar{3} : \frac{3}{5} \cdot \frac{-10}{21} =$

e.  $\frac{4}{5} : 0,8 \cdot 0,25 : \frac{3}{4} =$

c.  $0,5 \cdot 2,1 : \frac{-14}{5} =$

f.  $4 \cdot 3\frac{1}{2} : 1,5 =$

2. Completa los espacios que sean posibles considerando la clave.

1				1
$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{128}$		$-\frac{4}{3}$	
$-\frac{1}{2}$				
$\frac{3}{4}$		6		-3

Clave

b	
a	a · b

3. Responde las siguientes preguntas:

a. ¿Entre qué números consecutivos se encuentra el resultado de  $0,999 \cdot 0,9999$ ? ¿Y el de  $1,0001 \cdot 1,0001$ ?

---

b. ¿Entre qué números consecutivos se encuentra el producto de dos números decimales positivos menores que la unidad? ¿Por qué?

---

c. El producto de dos números decimales mayores que 1, ¿siempre es mayor que 1? Justifica.

---

4. Encuentra tres multiplicaciones diferentes cuyo producto sea  $\frac{-12}{75}$ . ¿Cuántas posibilidades hay?

---



---

5. Resuelve los siguientes problemas.

- a. Para colocar el contenido de 9 bidones de 12,5 L en jarrones de 2,25 L, ¿cuántos jarrones hacen falta?
- 
- b. Si ocho panes iguales tienen una masa total de 0,96 kg, ¿qué masa tienen doce panes y medio?
- 
- c. Leonardo celebró su cumpleaños e invitó a 24 amigos. A cada uno de sus invitados, su mamá le dio  $\frac{1}{4}$  L de bebida, ¿a cuántas bebidas de 1,5 L equivalen?
- 
- d. Doña Anita tiene 14,9 kg de azúcar. Si usa 4,4 kg y luego decide envasar en bolsas de 0,5 kg, ¿cuántas bolsas necesita?
- 
- e. Un arco de fútbol mide 7,32 m de largo por 2,44 m de ancho. Si una pulgada mide 0,0254 m. ¿cuánto mide el arco, en pulgadas?
- 
- f. Un médico recetó a Eliana un medicamento, cuya dosis es de un comprimido de 3,1 mg, 4 veces al día, durante 5 días. ¿Qué cantidad de medicamento tomará Eliana en total?
- 
- g. La distancia entre Santiago y Puerto Montt es de aproximadamente 1 025 km. Si María Isabel ha recorrido las  $\frac{3}{5}$  partes de ese trayecto, ¿cuántos kilómetros le faltan por recorrer?
- 

6. Josefina compró 12 sobres de chocolate en polvo, 6 de coco rallado y 30 de canela molida.

<i>Frutos del país</i>		
Chocolate en polvo	0,125 kg	\$ 1 500
Canela molida	0,015 kg	\$ 300
Coco rallado	$\frac{1}{4}$ kg	\$ 1 800

- a. En total, ¿cuántos kilogramos de chocolate en polvo obtiene? \_\_\_\_\_
- b. ¿Cuántos kilogramos de canela molida? \_\_\_\_\_
- c. ¿Cuántos de coco rallado? \_\_\_\_\_
- d. ¿Cuánto pagó por toda su compra? \_\_\_\_\_
- e. Este mes Josefina dispone de \$ 9 000 y decide comprar todo el coco rallado que pueda. ¿Cuántos kilogramos podrá comprar? \_\_\_\_\_

## Propiedades de la adición y multiplicación de números racionales

1. Aplica las propiedades y completa las siguientes tablas.

a.

$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{d}$	$\frac{e}{f}$	inverso de		$\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$	$\frac{c}{d} + \frac{a}{b}$	$\frac{a}{b} + \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f}\right)$	$\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) + \frac{e}{f}$	$\frac{a}{b} + \left(-\frac{a}{b}\right)$	$\frac{a}{b} + 0$
			$\frac{e}{f}$	$\frac{c}{d}$						
$\frac{4}{7}$	$\frac{1}{8}$	$-\frac{3}{4}$								
$\frac{5}{2}$	$-\frac{4}{3}$	$\frac{7}{8}$								

b.

$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{d}$	$\frac{e}{f}$	inverso de		$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}$	$\frac{c}{d} \cdot \frac{a}{b}$	$\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right) \cdot \frac{e}{f}$	$\frac{a}{b} \cdot \left(\frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}\right)$	$\frac{a}{b} \cdot 1$	$\frac{e}{f} \cdot 0$
			$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{d}$						
$\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{4}$	$\frac{5}{6}$								
$\frac{2}{5}$	$\frac{5}{2}$	$-\frac{3}{4}$								

2. Anota = si las operaciones tienen igual resultado, en caso contrario anota ≠.

a.  $\frac{4}{7} + \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{10}\right)$  ○  $\left(\frac{4}{7} + \frac{3}{5}\right) + \frac{1}{10}$

f.  $\frac{3}{7} + 0$  ○  $0 + \frac{3}{7}$

b.  $\frac{2}{7} \cdot \left(\frac{5}{8} \cdot \frac{7}{9}\right)$  ○  $\left(\frac{2}{7} \cdot \frac{5}{8}\right) \cdot \frac{7}{9}$

g.  $(20,4 + 12,6) \cdot 3,5$  ○  $(20,4 \cdot 3,5) + (12,6 \cdot 3,5)$

c.  $\frac{18}{3} \cdot 0$  ○  $0 \cdot \frac{18}{3}$

h.  $\frac{2}{7} + \left(-\frac{2}{7}\right)$  ○  $\left(-\frac{2}{7}\right) + \frac{2}{7}$

d.  $7 \cdot (4 - 9)$  ○  $(7 \cdot 4) - (7 \cdot 9)$

i.  $\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{11}$  ○  $\frac{2}{11} \cdot \frac{3}{8}$

e.  $\frac{4}{9} + \frac{5}{3}$  ○  $\frac{5}{3} + \frac{4}{9}$

j.  $\frac{4}{7} \cdot \frac{7}{4}$  ○  $\frac{7}{4} \cdot \frac{4}{7}$

3. Asigna valores a  $n$  y comprueba la siguiente fórmula contenida en el papiro Rhind, escrito 4000 años antes de nuestra era.

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n(n+1)}$$

• ¿Es correcta esta fórmula? ¿Por qué?

---



---

4. Relaciona cada proposición con su respectiva propiedad.

- |  |  |
|--|--|
| a. Si $a, b \in \mathbb{Q}$ , entonces $a + b = b + a$ <input type="radio"/>                               | <input type="radio"/> A Asociativa       |
| b. Para todo $a \in \mathbb{Q}$ se cumple que $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$ <input type="radio"/>            | <input type="radio"/> B Distributiva     |
| c. Para todo $a \in \mathbb{Q}$ se cumple que $a + (-a) = (-a) + a = 0$ <input type="radio"/>              | <input type="radio"/> C Conmutativa      |
| d. Si $a, b \in \mathbb{Q}$ , entonces $(a + b) \in \mathbb{Q}$ <input type="radio"/>                      | <input type="radio"/> D Clausura         |
| e. Si $a, b \in \mathbb{Q}$ , entonces $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$ <input type="radio"/>   | <input type="radio"/> E Elemento inverso |
| f. Si $a, b \in \mathbb{Q}$ , entonces $a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$ <input type="radio"/> | <input type="radio"/> F Elemento neutro  |

5. Completa con dos números racionales que cumplan con la relación dada en cada caso.

- |  |  |
|--|--|
| a. $\frac{2}{3} > \square > \square > \frac{1}{5}$         | e. $-\frac{19}{4} < \square < \square < -\frac{21}{5}$         |
| b. $\frac{14}{3} < \square < \square < \frac{15}{2}$       | f. $-\frac{3}{7} > \square > \square > -\frac{8}{15}$          |
| c. $\frac{3}{16} < \square < \square < \frac{7}{9}$        | g. $-\frac{134}{100} > \square > \square > -\frac{1346}{1000}$ |
| d. $\frac{4}{1000} > \square > \square > \frac{37}{10000}$ | h. $-\frac{14}{9} < \square < \square < -\frac{4}{3}$          |

6. Verifica si cada afirmación es verdadera (V) o falsa (F). Da un ejemplo o un contraejemplo en cada caso.

- a.  El producto de dos fracciones es siempre menor que las fracciones que se multiplican.  
\_\_\_\_\_
- b.  El elemento neutro para la adición de números racionales es el número 1.  
\_\_\_\_\_
- c.  El producto entre un decimal periódico y otro número racional cualquiera es siempre un número decimal periódico.  
\_\_\_\_\_
- d.  El cociente de dos fracciones puede ser mayor que las fracciones que se dividen.  
\_\_\_\_\_
- e.  En el conjunto de los números racionales se cumple la propiedad de clausura para la adición y la multiplicación.  
\_\_\_\_\_

# Operaciones combinadas

1. Completa la tabla realizando las operaciones indicadas hasta tres cifras decimales.

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	$a + b \cdot c$	$b + c : a$	$2b + c$
-2,4	1,08	3,8			
5,01	-8	0,32			
1,4	8,5	-9,7			
-9	7,2	5,034			

2. Encuentra el error que hay en cada cálculo. Luego, corrígelo.

a.

$$(0,5 - 0,1\bar{6}) : 2,4 + 0,25 = \left(\frac{5}{9} - \frac{16}{9}\right) : \frac{22}{9} + 0,25 =$$

$$= \left(-\frac{11}{9}\right) : \frac{22}{9} + \frac{1}{4} =$$

$$= -\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = -\frac{1}{4}$$

b.

$$-0,5 + \frac{3}{4} \cdot 1,6 : 2,5 + 0,7 = -\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{3} : \frac{5}{2} + \frac{7}{9} =$$

$$= \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} + \frac{7}{9} =$$

$$= \frac{1}{6} + \frac{7}{9} = \frac{17}{18}$$

3. **Geografía** Se considera que la superficie de la Tierra es de unos 500 millones de km<sup>2</sup>. Los océanos ocupan  $\frac{7}{10}$  de la superficie total del planeta. De esto, la fracción que corresponde a cada uno de ellos es aproximadamente la siguiente:

- Océano Atlántico  $\frac{1}{4}$
- Océano Pacífico  $\frac{1}{2}$
- Océano Índico  $\frac{1}{5}$
- Océano Ártico  $\frac{1}{20}$

a. ¿Qué superficie ocupan los continentes? \_\_\_\_\_ km<sup>2</sup>

b. Respecto de la superficie total del planeta, ¿qué fracción corresponde a cada uno?

- Océano Atlántico
- Océano Pacífico
- Océano Índico
- Océano Ártico

c. ¿Qué superficie ocupa el océano Pacífico? \_\_\_\_\_ km<sup>2</sup>



4. Calcula el valor de la siguiente expresión:

$$\left(1 + \frac{-1}{2}\right) \cdot \left(-1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{-1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(-1 + \frac{1}{99}\right) \cdot \left(1 + \frac{-1}{100}\right) = \boxed{\phantom{000}}$$

5. Resuelve los siguientes problemas.

a. **Historia** La medida del lado de la base de la pirámide de Keops en Egipto es de 230,36 m y la altura de cada cara es de 146,9 m. ¿Cuál es el área de cada una de las caras laterales de la pirámide de Keops?

---

b. Un camión transporta al sur 8 bloques de mármol de 1,56 toneladas cada uno y 4 vigas de hierro de 0,64 toneladas cada una. Si su carga máxima es 16 toneladas, ¿cuánta carga más puede soportar?

---

6. Resuelve las siguientes fracciones complejas, que tienen fracciones en el numerador y el denominador.

A veces, primero se efectúan por separado las operaciones indicadas en el numerador y en el denominador; después, se divide el numerador por el denominador. En otros casos, es conveniente empezar por la parte inferior y luego ir subiendo. Observa.

$$2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}} = 2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{5}} = 2 + \frac{1}{2 + \frac{2}{5}} = 2 + \frac{1}{\frac{12}{5}} = 2 + \frac{5}{12} = \frac{29}{12}$$

a.  $\frac{1\frac{1}{2} + \frac{7}{9}}{1\frac{1}{3} - \frac{3}{5}} = \boxed{\phantom{000}}$

c.  $2 - \frac{2}{2 - \frac{2}{2 - \frac{2}{3}}} = \boxed{\phantom{000}}$

b.  $\frac{1\frac{2}{3} - \frac{3}{5}}{1 - \frac{2}{3 + \frac{4}{1 - \frac{2}{3}}}} = \boxed{\phantom{000}}$

d.  $\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}} = \boxed{\phantom{000}}$

7. Pedro se sirve un vaso lleno de néctar y bebe  $\frac{2}{3}$  de su contenido, luego lo rellena con agua y bebe las  $\frac{2}{5}$  partes, lo vuelve a rellenar con agua y bebe los  $\frac{2}{7}$ .

a. ¿Qué fracción del total de néctar queda en el vaso?

---

b. Si el vaso es de 210 mL, ¿cuánto tomó en total?

---

## Tema 2: Potencias

### Potencias de base y exponente entero

1. Verifica si cada afirmación es verdadera (V) o falsa (F). Da un ejemplo o un contraejemplo en cada caso.

a.  El valor de una potencia cuya base y exponente son números enteros, es siempre mayor que 1.

---

b.  Los valores de las potencias de exponente impar tienen el mismo signo de la base.

---

c.  Para calcular la potencia de una potencia, se puede conservar la base y multiplicar los exponentes.

---

d.  Si la base de una potencia es un número negativo, el valor de la potencia también lo es.

---

2. Reemplaza los valores de  $a$  y  $b$  en cada caso, realiza los cálculos correspondientes y completa la tabla.

$a$	$b$	$(a + b)^2$	$a^2 + b^2$	$(a + b)^{-2}$	$a^{-2} - b^{-2}$
-2	3				
-4	-6				
2	5				

A partir de los resultados obtenidos en la tabla, responde:

a. ¿Obtienes los mismos resultados al calcular  $(a + b)^2$  y  $a^2 + b^2$ ? ¿Por qué?

---

b. ¿Obtienes los mismos resultados al calcular  $(a - b)^{-2}$  y  $a^{-2} - b^{-2}$ ? ¿Por qué?

---

c. ¿Crees que siempre ocurre lo mismo? Explica.

---

3. ¿En qué cifra terminará  $((-4)^{120} + 9^{200})$ ? ¿Cómo lo supiste?

---



---

## Potencias de base racional y exponente entero

1. Compara y completa con el signo  $<$ ,  $>$  o  $=$ , según corresponda.

a.  $\left(\frac{1}{9}\right)^0 \bigcirc (1,5)^0$

d.  $\left(\frac{1}{7}\right)^{-5} \bigcirc \left(\frac{1}{7}\right)^{-2}$

g.  $(-1)^{-1} \bigcirc -1$

b.  $(3,2)^2 \bigcirc \left(\frac{2}{3}\right)^2$

e.  $(2,1)^4 \bigcirc (1,9)^3$

h.  $(0,99)^3 \bigcirc (1,01)^2$

c.  $(4,5)^{-3} \bigcirc \left(\frac{9}{2}\right)^{-3}$

f.  $\frac{3^{-2}}{7} \bigcirc \frac{7^2}{3}$

i.  $3^{-2} \bigcirc \frac{1}{3^2}$

2. **En grupo** El cuadrado o alfombra de Sierpinski se puede construir de manera similar al triángulo.

- La figura inicial es un cuadrado.
- El cuadrado se corta en 9 cuadrados congruentes, y se elimina el cuadrado central.
- Se repite este proceso en cada uno de los 8 cuadrados restantes.



Figura inicial

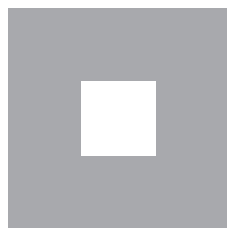


Figura 0

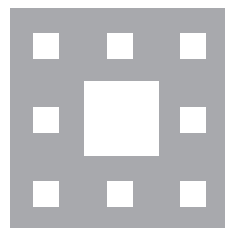


Figura 1

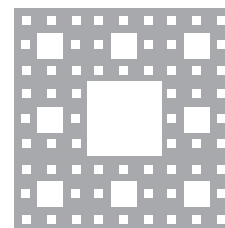


Figura 2

a. Si la medida del lado del cuadrado inicial es 1 cm, ¿cuánto mide el lado del o los cuadrados que se extraen en cada figura?

Figura 0 =

Figura 1 =

Figura 2 =

b. ¿Cómo se puede calcular el área de cada figura? Expliquen.

---



---

c. Completen con el área de cada figura, usando fracciones y potencias.

Figura 0 =

Figura 1 =

Figura 2 =

d. Si continuaran con el proceso y dibujaran las siguientes figuras, ¿cuál sería su área, en cada caso?

Figura 3 =

Figura 4 =

Figura 5 =

## Multiplicación y división de potencias de base racional

1. Resuelve aplicando las propiedades de las potencias. En algunos casos deberás hacer modificaciones para igualar las bases.

a.  $\left(\frac{6}{7}\right)^3 \cdot \frac{6}{7} =$

e.  $2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 =$

i.  $(0,8)^9 : (0,8)^5 =$

b.  $\left(\frac{2}{5}\right)^6 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3 =$

f.  $\left(-\frac{5}{3}\right)^3 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)^{-2} =$

j.  $(0,5)^3 : \left(-\frac{9}{5}\right)^{-3} =$

c.  $(2,7)^7 : (0,3)^7 =$

g.  $(0,6)^6 \cdot (0,3)^4 =$

k.  $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \cdot 3^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 =$

d.  $\left(\frac{4}{9}\right)^7 : \left(\frac{4}{9}\right)^2 =$

h.  $\left[\left(-\frac{2}{5}\right)^3\right] : \left(-\frac{5}{2}\right)^4 =$

l.  $(1,6)^8 : (0,4)^8 =$

2. Completa la siguiente tabla, escribiendo el resultado en cada casillero como una sola potencia.

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a · b</i>	<i>a : b</i>
0,008	0,2		
0,125	0,5		
0,64	0,8		
0,0625	0,25		
0,5 <sup>5</sup>	0,25 <sup>2</sup>		

A partir de los resultados obtenidos en la tabla, responde:

a. ¿Aplicaste potencias para resolver las operaciones? ¿Por qué?

---

b. ¿Resolviste las operaciones con decimales o usando fracciones?

---

c. ¿De qué manera te parece más fácil de calcular? Explica.

---



---

3. Verifica si cada igualdad es verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.

a.   $\left(\frac{5}{4} \cdot \frac{3}{2}\right)^3 = \left(\frac{5}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^3$

---

b.   $\left(\frac{1}{6}\right)^4 : \left(\frac{1}{6}\right)^{-4} = \left(\frac{1}{6}\right)^8$

---

c.   $\left(\frac{3}{4}\right)^6 \cdot \left(\frac{7}{2}\right)^{-6} \cdot \left(\frac{14}{9}\right)^6 = \left(\frac{2}{3}\right)^6$

---

d.   $\left(\frac{1}{4}\right)^2 : \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} : \left(\frac{4}{3}\right)^7 = \left(\frac{3}{8}\right)^7$

---

e.   $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2 : \left(\frac{2}{3}\right)^{-4}\right] \cdot \left[\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} : \left(\frac{2}{3}\right)^9\right] = \left(\frac{2}{3}\right)^4$

---

f.   $\left[\left(\frac{4}{7}\right)^2 : \left(\frac{4}{7}\right)^{-3}\right] : \left[\left(\frac{7}{4}\right)^{-5} : \left(\frac{7}{4}\right)^3\right] = \left(\frac{4}{7}\right)^{-3}$

---

4. En un prisma de base rectangular, el largo mide  $1,2^3$  m, el alto mide  $1,2^2$  m y el ancho,  $1,2$  m.

a. ¿Cuánto mide el volumen del prisma expresado en una potencia de base  $1,2$ ?

---

b. ¿Cuánto mide el área total del prisma expresado en una potencia de base  $1,2$ ?

---

c. ¿Cuánto aumenta su volumen, si cada una de sus aristas aumenta cuatro veces?

---

d. ¿Qué sucede con su volumen si cada arista se divide por  $0,2$ ?

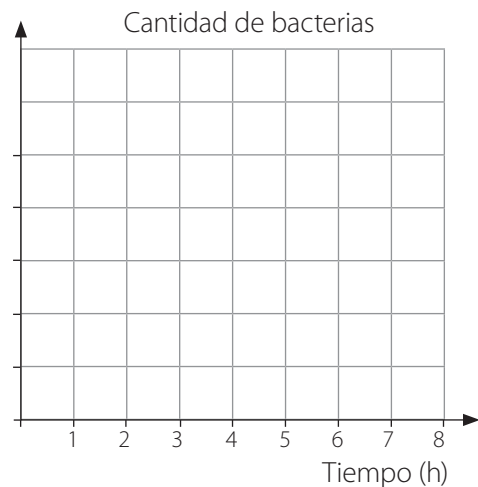
---

## Crecimiento y decrecimiento exponencial

1. **Biología** La cantidad de bacterias que hay en un cultivo está dada por  $B(t) = 2 \cdot 3^t$ , en donde el tiempo  $t$  se mide en horas y  $B(t)$  en miles.

- ¿Cuál es el número inicial de bacterias? \_\_\_\_\_
- ¿Cuál es el número después de 4 horas? \_\_\_\_\_
- Completa la tabla y luego completa el gráfico, graduando el eje  $Y$  según sea necesario.

Tiempo (h)	Bacterias (miles)
3	
5	
6	
7	
8	



2. **Química** Si 10 gramos de sal se añaden a una cantidad de agua, la cantidad  $k(t)$  de sal que no se disuelve después de  $t$  minutos está dada por  $k(t) = 10 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^t$ .

- ¿Cuál es la cantidad de sal sin disolver en el agua 3 minutos después?  
\_\_\_\_\_
- Después de añadir la sal al agua, ¿cuándo quedan solo 5 g sin disolver?  
\_\_\_\_\_

3. Para predecir el número de alumnos de un colegio que tiene planes de expansión limitada, el modelo usado es:  $P(t) = 800 \cdot (0,7)^t$ , donde  $t$  es el número de años después de abierto el colegio.

- ¿Qué cantidad de alumnos había cuando abrió el colegio?  
\_\_\_\_\_
- Después de 2 años de funcionamiento, ¿cuántos alumnos tiene?  
\_\_\_\_\_

4. **Física** En una fábrica, se estudió el rebote de una pelota y se concluyó que la altura del rebote decrecía según potencias de 0,9, es decir, si se deja caer de 1 metro de altura, el primer rebote medía 0,9 m de alto, el segundo medía  $(0,9)^2$  m, y así sucesivamente. Responde.

a. Calcula la medida de la altura que alcanzó la pelota en el tercer rebote.

---

b. ¿Cuántos rebotes debe dar la pelota para que la altura que alcanza sea menor que 0,5 m?

---

c. Calcula la altura, en centímetros, que alcanza la pelota en el décimo rebote.

---

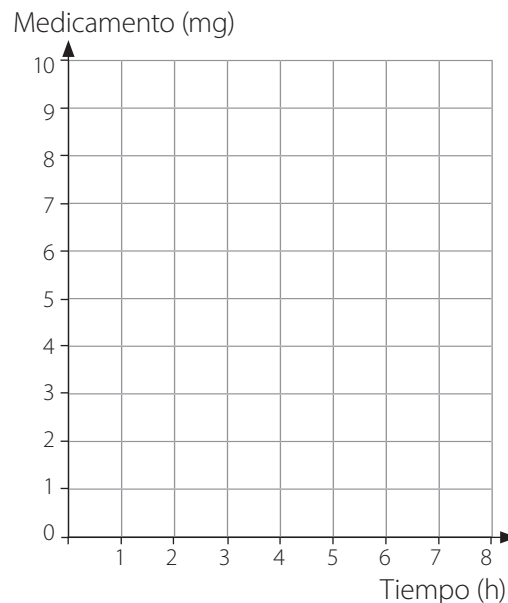
5. **Medicina** Un medicamento se elimina del organismo a través de la orina. La dosis inicial es de 10 mg y la cantidad en el cuerpo  $t$  horas después está dada por  $A(t) = 10 \cdot 0,8^t$ . Para que el fármaco haga efecto debe haber por lo menos 2 mg en el cuerpo.

a. ¿Cuál es la cantidad del fármaco restante en el organismo 2 horas después de la ingestión inicial?

---

b. Completa la tabla y luego completa el gráfico correspondiente.

Tiempo (h)	Medicamento (mg)
3	
4	
5	
6	
7	



c. Después de la ingestión inicial, ¿cuándo quedan menos de 2 mg?

---

## Marca la opción correcta.

- ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es falsa?
  - Toda raíz cuadrada exacta es un número entero.
  - Todo número entero es un número racional.
  - Todo número racional se puede representar como fracción.
  - Toda fracción se puede representar como un número decimal periódico.
- ¿A qué conjunto numérico pertenece 1,6723?
  - $\mathbb{N}$
  - $\mathbb{Z}$
  - $\mathbb{Q}$
  - Ninguno de los anteriores.
- Cuatro séptimos de menos catorce quintos es equivalente a:
  - $-\frac{2}{5}$
  - $-\frac{5}{2}$
  - $-\frac{5}{8}$
  - $-\frac{8}{5}$
- Diego tomó  $\frac{1}{4}$  L de leche en la mañana,  $\frac{3}{7}$  L en la tarde y 0,5 L por la noche. ¿Cuánta leche bebió en total durante ese día?
  - Menos de  $\frac{1}{2}$  L.
  - Entre  $\frac{1}{2}$  L y 1 L.
  - Entre 1 L y  $1\frac{1}{2}$  L.
  - Más de  $1\frac{1}{2}$  L.
- ¿Cuántos minutos corresponden a  $\frac{1}{4}$  h más  $\frac{3}{5}$  h?
  - 41 minutos.
  - 51 minutos.
  - 56 minutos.
  - 33 minutos.
- Un atleta debe recorrer 46,8 km en bicicleta. Si lleva recorridos 21,06 km, ¿cuánto le falta por recorrer?
  - 25,74 km
  - 44,694 km
  - 48,906 km
  - 67,86 km
- ¿Cuál es el resultado de  $1,5 - \frac{9}{7} \cdot -0,\bar{2}$ ?
  - $\frac{13}{21}$
  - $\frac{123}{70}$
  - $\frac{5}{9}$
  - $\frac{25}{14}$
- Si una pulgada equivale a 2,54 cm, ¿cuántas pulgadas mide una barra de 31,75 cm?
  - 12,5 pulgadas.
  - 15,4 pulgadas.
  - 34,29 pulgadas.
  - 80,654 pulgadas.
- Multiplicar un número por  $-0,025$  es igual que:
  - Dividirlo por  $-25$ .
  - Dividirlo por  $-40$ .
  - Dividirlo por  $-125$ .
  - Dividirlo por  $-400$ .
- ¿Qué parte de  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$  es  $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$ ?
  - $\frac{1}{2}$
  - $\frac{1}{3}$
  - $\frac{1}{4}$
  - $\frac{1}{8}$



11. Sin hacer ningún cálculo, determina cuál de las siguientes expresiones es igual a  $2,3 \cdot -5,2 + 2,3 \cdot 3,6$ .

- A.  $(2,3 + -5,2) \cdot 3,6$
- B.  $(-5,2 + 3,6) \cdot 2,3$
- C.  $2,3 \cdot -5,2 \cdot 3,6$
- D.  $2,3 \cdot 2,3 + -5,2 + 3,6$

12. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa la propiedad asociativa de la multiplicación?

- A.  $a + (b + c) = (c + b) + a$
- B.  $a + (b \cdot c) = (a \cdot b) + (c \cdot b)$
- C.  $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
- D.  $a \cdot (b + c) = ab + ac$

13. Si calculamos  $3 \cdot 53$  como  $3 \cdot 50 + 3 \cdot 3 = 159$ , estamos aplicando:

- A. La propiedad conmutativa de la multiplicación.
- B. La propiedad conmutativa de la suma.
- C. La propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la adición.
- D. La propiedad asociativa de la multiplicación y de la división.

14. Un cartero entregó primero  $\frac{3}{7}$  del total de cartas que llevaba y, luego,  $\frac{3}{8}$  del resto. ¿Cuántas cartas tenía al comienzo si todavía le quedan 10 cartas?

- A. 27 cartas.
- B. 28 cartas.
- C. 54 cartas.
- D. 56 cartas.

15. Si se deja abierta una llave por  $\frac{2}{3}$  h, se llena un recipiente de 18,5 L. ¿Cuántos litros aproximadamente entrarían en el recipiente si se deja abierta la misma llave por cinco minutos?

- A. 2,31 L
- B. 6,17 L
- C. 12,3 L
- D. 30,83 L

16. Si  $p = \frac{5}{9}$ ,  $q = \frac{2}{3}$  y  $r = \frac{4}{5}$ , ¿cuál o cuáles de las afirmaciones son verdaderas?

I.  $r > p$

II.  $r \cdot p < q$

III.  $\frac{p}{q} > r$

- A. Solo I y II
- B. Solo I y III
- C. Solo II y III
- D. I, II y III

17. ¿Cuál es el valor de  $[(-12)^3 : 4^3] \cdot (-3)^2$ ?
- $(-3)^2$
  - $-3^0$
  - 3
  - $(-3)^5$
18. Si el valor de una potencia es 0, entonces es siempre cierto que:
- Su exponente es 1.
  - Su base es 1.
  - Su exponente es 0.
  - Su base es 0.
19. Si se disminuye una unidad al exponente de la potencia  $5^{-2}$ , ¿cuántas veces disminuye su valor?
- 2 veces.
  - 3 veces.
  - 4 veces.
  - 5 veces.
20. Un grupo de 78 125 bacterias decrece exponencialmente a un quinto de su población cada día. ¿Cuántas bacterias quedarán al cabo de 5 días?
- $5^5$
  - $5^4$
  - $5^2$
  - $5^3$
21. ¿Cuál de las siguientes expresiones es equivalente a  $\left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{10}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{7}\right)^3$ ?
- $\left(\frac{15}{70}\right)^3$
  - $\left(\frac{1}{14}\right)^3$
  - $\left(\frac{3}{21}\right)^3$
  - $\left(\frac{15}{210}\right)^{27}$
22. Si  $a, b, c$  son números naturales mayores que 1 y se cumple que  $b > c$ , entonces, es cierto que:
- $a^b : a^c = 1$
  - $\left[\left(\frac{a}{b}\right)^b\right]^c = \left(\frac{a}{b}\right)^{b \cdot c}$
  - $\left(\frac{a}{b}\right)^b : \left(\frac{a}{b}\right)^c = \left(\frac{a}{b}\right)^{b+c}$
  - $ab \cdot cb = (a \cdot c)^2$
23. En una población de 4 000 conejos se detectó una epidemia que los está exterminando a razón de  $4\,000 \cdot 2^{-t}$ , en la que  $t$  es el tiempo expresado en meses. Después de 5 meses, ¿cuántos conejos quedan?
- 25 conejos.
  - 125 conejos.
  - 625 conejos.
  - 3 125 conejos.
24. ¿Cuántos ceros tendrá el resultado de  $-8^3 \cdot 15^7$ ?
- Ninguno.
  - Dos.
  - Siete.
  - Diez.
25. Un tipo de bacteria se duplica cada 6 minutos. ¿Cuántas habrá luego de una hora si en un comienzo había 3 bacterias?
- 512
  - 1 024
  - 1 536
  - 3 072
26. Un cubito de hielo de  $8 \text{ cm}^3$  se introduce en un vaso de agua. Al derretirse, cada minuto que pasa pierde el 20 % de su volumen, ya que se transforma en agua líquida. ¿Cuál es el volumen del cubito 4 minutos después?
- $0,0128 \text{ cm}^3$
  - $0,8192 \text{ cm}^3$
  - $3,2768 \text{ cm}^3$
  - $25,6 \text{ cm}^3$

27. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es siempre **verdadera**?

- A. El cuadrado de un número racional negativo es positivo.
- B. El cubo de un número racional negativo es positivo.
- C. El producto de potencias de igual base es una potencia cuya base es la misma y cuyo exponente es el producto de los exponentes.
- D. Al elevar una fracción a la cuarta, se eleva el numerador a la cuarta y se conserva el denominador.

28. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones tiene(n) el mismo valor que la potencia  $2^3$ ?

- I.  $\frac{2^3}{10^{-1}}$
- II.  $(2^3 \cdot 10^2) \cdot 10^{-2}$
- III.  $80 \cdot 10^{-1}$

- A. Solo I.
- B. Solo II.
- C. Solo I y II.
- D. Solo II y III.

29. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **falsa**?

- A. El valor de una potencia de base un número racional mayor que 1 y cuyo exponente es un número natural, es siempre mayor que 1.
- B. Para multiplicar potencias con igual exponente, se multiplican las bases y se conserva el exponente.
- C. El valor de una potencia de base racional y cuyo exponente es un número entero, es siempre mayor que el valor de la base.
- D. Para calcular la potencia de una potencia, se conserva la base y se multiplican los exponentes.

30. ¿Cuál de las siguientes expresiones es igual a 1?

- I.  $\frac{3^2}{3 \cdot 3}$
- II.  $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10^{-3}$
- III.  $\frac{(-5)^3 \cdot 5}{5^4}$

- A. Solo I.
- B. Solo II.
- C. Solo I y II.
- D. I, II y III.

31. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **falsa**?

- A. El valor de una potencia de exponente negativo no siempre es un número negativo.
- B. Las potencias de exponente negativo y base un número par, siempre dan como resultado un número impar.
- C. Si el exponente de una potencia es impar y la base es par, entonces el valor de la potencia es siempre par.
- D. Si la base de una potencia es un número positivo, el valor de la potencia, para cualquier exponente, es siempre positivo.

## Tema 1: Productos notables

### Cuadrado y cubo de un binomio

1. Completa en tu cuaderno la siguiente tabla.

$a$	$b$	$(a + b)^2$	$a^2 + b^2$	$a^2 + 2ab + b^2$	$(a - b)^2$	$(b - a)^2$
2	1					
-3	4					
	-2		20	36		
-2		49			9	

a. Comparando la tercera, la cuarta y la quinta columna, ¿qué puedes concluir?

---

b. Comparando las dos últimas columnas, ¿qué puedes concluir?

---

2. Marca con un ✓ el resultado correcto de las siguientes multiplicaciones de binomios:

a.  $(2y - 7)(2y - 7)$

$2y^4 - 49$

$4y^2 - 28y + 49$

b.  $(x^2y - 2y^2)(x^2y - 2y^2)$

$x^4y^2 - 4x^2y^3 + 4y^4$

$x^4y^2 - 4y^4$

c.  $(-5b - 2x)^2$

$25b^2 - 20bx + 4x^2$

$25b^2 + 20bx + 4x^2$

3. Calcula los siguientes cuadrados y cubos de binomio.

a.  $(2x^3 - 6x)^2 =$  \_\_\_\_\_

b.  $(xa - 1)^2 =$  \_\_\_\_\_

c.  $(3x + 2a^2)^2 =$  \_\_\_\_\_

d.  $(3a - 2)^3 =$  \_\_\_\_\_

e.  $(4a + 5b)^3 =$  \_\_\_\_\_

f.  $(a^2b^2 + ab^2)^3 =$  \_\_\_\_\_

4. Sabemos que  $(a + b)^2 = (-a - b)^2$ , ¿es correcto que  $(a + b)^3 = (-a - b)^3$ ? ¿Por qué?

---

5. **Números** Sin calculadora y usando las fórmulas de cuadrado y cubo de binomio, obtén el valor de las siguientes potencias.

- a.  $51^2 =$  \_\_\_\_\_ c.  $82^3 =$  \_\_\_\_\_  
b.  $997^2 =$  \_\_\_\_\_ d.  $994^3 =$  \_\_\_\_\_

6. Relaciona cada cubo de binomio con los coeficientes que corresponden a su desarrollo.

- |                    |                       |                        |
|--------------------|-----------------------|------------------------|
| a. $(3y^2 - 4x)^3$ | <input type="radio"/> | (A) 27, 135, 225, 125  |
| b. $(1 - 2x^2)^3$  | <input type="radio"/> | (B) 8, 36, 54, 27      |
| c. $(3w + 5)^3$    | <input type="radio"/> | (C) 64, -48, 12, -1    |
| d. $(a + 7)^3$     | <input type="radio"/> | (D) 27, -108, 144, -64 |
| e. $(2a + 3b)^3$   | <input type="radio"/> | (E) 1, -6, 12, -8      |
| f. $(4x - 1)^3$    | <input type="radio"/> | (F) 1, 21, 147, 343    |
| g. $(2a - 5)^3$    | <input type="radio"/> | (G) 8, -60, 150, -125  |

7. Escribe el o los término(s) que faltan para completar la igualdad.

- |   |   |
|---|---|
| a. $(3 - b)^2 = 9 - \underline{\hspace{2cm}} + b^2$                                     | e. $(3a + 4b^2)^2 = \underline{\hspace{2cm}} + 24ab^2 + 16b^4$    |
| b. $(4s^2 - 5)^2 = 16s^4 - 40s^2 + \underline{\hspace{2cm}}$                            | f. $(2x - 7y)^2 = 4x^2 - \underline{\hspace{2cm}} + 49y^2$        |
| c. $(3p + 2q)^3 = 27p^3 + \underline{\hspace{2cm}} + 36pq^4 + \underline{\hspace{2cm}}$ | g. $(a - 3b)^3 = a^3 - \underline{\hspace{2cm}} + 27ab^2 - 27b^3$ |
| d. $(n - 2)(n + 7) = n^2 + \underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}}$         | h. $(4x + y)^3 = 64x^3 + \underline{\hspace{2cm}} + 12xy^2 + y^3$ |

8. Aplicando productos notables, desarrolla y reduce las siguientes expresiones algebraicas.

- a.  $(x - 3)^2 + (x + 3)^3 =$  \_\_\_\_\_  
b.  $(x - y)^3 - x(x + y)^2 =$  \_\_\_\_\_  
c.  $(2a + 5b^2)^2 - 3(3a - b)^3 =$  \_\_\_\_\_  
d.  $(m - 3n)^3 - (m + 3n)^3 =$  \_\_\_\_\_

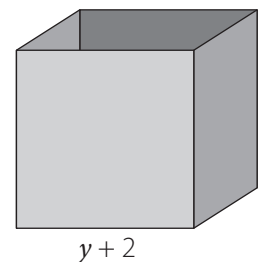
9. **Geometría** Se va a construir un cubo de madera, sin tapa, de arista  $y + 2$  cm.

a. Escribe una expresión que represente la cantidad de madera usada.

\_\_\_\_\_

b. Escribe una expresión para su volumen.

\_\_\_\_\_



## Suma por su diferencia y producto de binomios con un término en común

1. Calcula las siguientes sumas por su diferencia.

a.  $(x + 2y)(x - 2y) =$  \_\_\_\_\_

b.  $(a^2 - b^2)(a^2 + b^2) =$  \_\_\_\_\_

c.  $(3x + 1)(3x - 1) =$  \_\_\_\_\_

d.  $(n^2 + 4mn)(4mn - n^2) =$  \_\_\_\_\_

e.  $(2x^3 + 6x)(2x^3 - 6x) =$  \_\_\_\_\_

f.  $(yz + z - 3)(yz + z + 3) =$  \_\_\_\_\_

2. **Números** Calcula el valor numérico de los siguientes productos, aplicando la fórmula de la suma por su diferencia.

a.  $98 \cdot 102 =$  \_\_\_\_\_

b.  $18 \cdot 22 =$  \_\_\_\_\_

c.  $170 \cdot 230 =$  \_\_\_\_\_

d.  $997 \cdot 1\,003 =$  \_\_\_\_\_

3. Relaciona cada multiplicación con su resultado (sobra una opción en la segunda columna).

a. $(x + 5)^2$	<input type="radio"/>	<input type="radio"/> A	$x^2 - 10x + 25$
b. $(x - 5)^2$	<input type="radio"/>	<input type="radio"/> B	$25 - x^2$
c. $(5 + x)(x - 5)$	<input type="radio"/>	<input type="radio"/> C	$x^2 + 10x + 25$
d. $(x + 5)(5 - x)$	<input type="radio"/>	<input type="radio"/> D	$x^2 + 25$
		<input type="radio"/> E	$x^2 - 25$

4. Calcula los siguientes productos de binomios con término común.

a.  $(x - 9)(x - 12) =$  \_\_\_\_\_

b.  $(6a^3 + 5)(6a^3 + 7) =$  \_\_\_\_\_

c.  $(7ax + 1)(7ax - 6) =$  \_\_\_\_\_

d.  $(5a^2 - 3)(5a^2 - 20) =$  \_\_\_\_\_

5. **Números** Calcula el valor numérico de los siguientes productos, aplicando la fórmula de dos binomios con un término común.

a.  $1,7 \cdot 1,3 =$  \_\_\_\_\_

b.  $213 \cdot 215 =$  \_\_\_\_\_

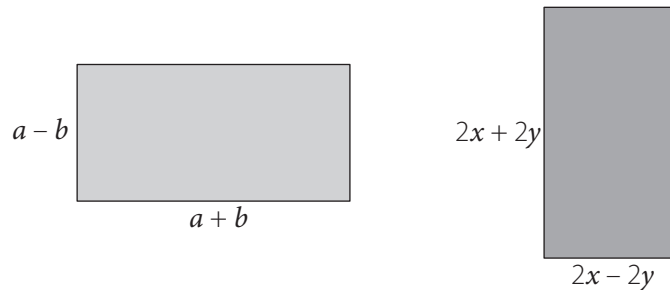
c.  $12 \cdot 23 =$  \_\_\_\_\_

d.  $180 \cdot 170 =$  \_\_\_\_\_

6. Completa la siguiente tabla.

$x + a$	$x + b$	$a + b$	$ab$	$x^2 + (a + b)x + ab$
$x + 3$	$x + 2$			
	$x - 5$		10	
$x + 6$				$x^2 + 3x - 18$
		2	-35	

7. **Geometría** Observa los siguientes rectángulos y responde.



a. En cada rectángulo, ¿cómo se relacionan las medidas de sus lados?

\_\_\_\_\_

b. ¿Qué expresiones representan el área de cada rectángulo?

\_\_\_\_\_

8. Jorge tiene un jardín rectangular de  $(5a - 7)$  m de ancho y  $(5a + 7)$  m de largo.

a. ¿Cuál es el área del jardín? \_\_\_\_\_

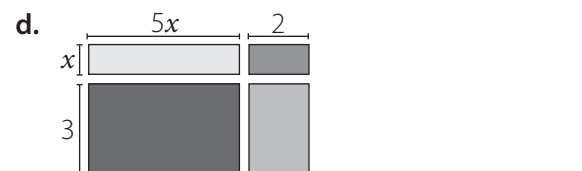
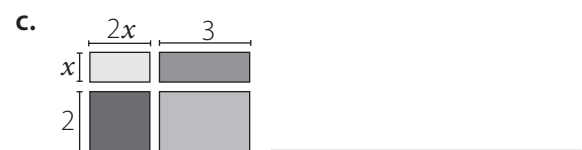
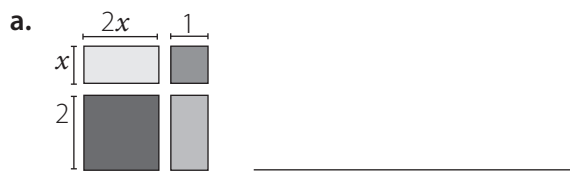
b. ¿A cuántos metros cuadrados equivale si  $a = 2$ ? \_\_\_\_\_

9. La arista de un cubo es  $(2a + 3)$  cm.

a. ¿Cuál es el volumen? \_\_\_\_\_

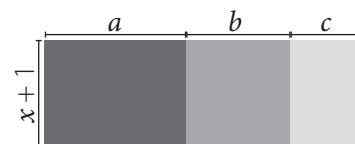
b. ¿Cuánto miden la arista y el volumen si  $a = 4$  cm? \_\_\_\_\_

10. Escribe la suma de las áreas de los rectángulos como una expresión algebraica.



# Tema 2: Factorización

## Factorización por un factor en común



1. **Geometría** Observa la figura y resuelve.

a. Escribe el polinomio que representa el área de la figura en forma factorizada.

\_\_\_\_\_

b. Expresa el polinomio que representa el área en forma extendida.

\_\_\_\_\_

2. Marca con un  las expresiones algebraicas que estén factorizadas. Si no lo están, factorízalas.

a.   $3x(x - 5)$  \_\_\_\_\_

b.   $(a - b)^2$  \_\_\_\_\_

c.   $4ab - 3a$  \_\_\_\_\_

d.   $m(m - 3) + 5m$  \_\_\_\_\_

3. **En grupo** Discute con un compañero o compañera cuál de las siguientes posibilidades es la mejor factorización para la expresión  $6x^2 - 24x$ . Justifiquen sus respuestas.

•  $2x(3x - 12)$

•  $3(2x^2 - 8x)$

•  $6x(x - 4)$

4. **Descubre el error** Encuentra el error que se cometió al calcular el valor numérico del polinomio:

$4m^3n^2 - 2m^2n^3 + 5mn$  si  $m = -2$ , cuando  $n = 3$ . Luego, corrígelo.

$$\begin{aligned} 4m^3n^2 - 2m^2n^3 + 5mn &= 4(-2)^3(3)^2 - 2(-2)^2(3)^3 + 5(-2)(3) \\ &= 4(-8)(9) - 2(4)(27) + 5(-2)(3) \\ &= -288 - 218 - 30 = -536 \end{aligned}$$

5. Factoriza los siguientes polinomios.

a.  $x(y + 1) - 3(y + 1) =$  \_\_\_\_\_

b.  $a(b - 1) + c(b - 1) =$  \_\_\_\_\_

c.  $m(a - c) + a - c =$  \_\_\_\_\_

d.  $1 - b + 2a(1 - b) =$  \_\_\_\_\_

e.  $(a + 3)(a + 1) - 4(a + 1) =$  \_\_\_\_\_

f.  $m(n - 2) + 2 - n =$  \_\_\_\_\_



## Factorización mediante productos notables: binomios

1. **Descubre el error** Encuentra los errores en las siguientes factorizaciones. Luego corrígelos.

a.  $216m^3 + 1\ 331 = (6m - 11)(36m^2 + 66m + 121)$  \_\_\_\_\_

b.  $64 - 125n^6 = (5n^2 - 4)(25n^4 + 20n^2 + 16)$  \_\_\_\_\_

c.  $y^3 + 1\ 728 = (y + 12)(y^2 + 24y + 144)$  \_\_\_\_\_

d.  $1 - 1\ 000\ m^3 = (1 - 10m)(1 - 10m + 100m^2)$  \_\_\_\_\_

2. Factoriza las siguientes expresiones.

a.  $8x^3 - y^3 =$  \_\_\_\_\_

b.  $a^3b^3 - n^3 =$  \_\_\_\_\_

c.  $1 - 8a^3b^3 =$  \_\_\_\_\_

d.  $125m^6 - 343n^3 =$  \_\_\_\_\_

e.  $8x^3 + 27x^6y^3 =$  \_\_\_\_\_

f.  $512t^6 - 8m^3 =$  \_\_\_\_\_

g.  $y^9 - y^3 =$  \_\_\_\_\_

h.  $x^{12} + y^{12} =$  \_\_\_\_\_

3. Resuelve los siguientes problemas.

a. La diferencia de los cuadrados de las edades de dos hermanos es 64 y la suma de sus edades es 16 años. ¿Qué diferencia de edad hay entre los dos hermanos?

\_\_\_\_\_

b. La suma de los cuadrados de dos números impares y consecutivos es 130. ¿Cuál es la suma de los números si el producto de ambos es 63?

\_\_\_\_\_

c. El área de un terreno de forma rectangular está representado por el trinomio  $a^2 + 6a - 16$ . ¿Cuántos metros de diferencia hay entre el largo y el ancho del terreno?

\_\_\_\_\_

4. A Jorge le piden factorizar  $64a^{12} + 1$ . Él dice: "Es una suma de cuadrados porque  $64a^{12} + 1 = (8a^6)^2 + 1^2$ . La suma de cuadrados no tiene factorización, entonces  $64a^{12} + 1$  no es factorizable".

a. ¿Es correcto su razonamiento? \_\_\_\_\_

b. ¿El binomio se puede factorizar? \_\_\_\_\_

c. ¿Cuáles son sus factores? \_\_\_\_\_

## Factorización mediante productos notables: trinomios

1. Marca con  las expresiones que son factorizaciones de cada expresión dada.

a.  $24x^2y^4 + 10x^2y + 100x$

$24(x^2y^4 + 10x^2y + 100x)$

$2(12x^2y^4 + 5x^2y + 50x)$

$x(24xy^4 + 10xy + 100)$

$xy(24xy^3 + 10x + 100)$

b.  $36a^3b^4 + 18a^3b^2 - 72a^4b^5$

$18a^3b^2(2b^2 + 1 - 4ab^3)$

$a^3b^2(36b^2 + 18 - 72ab^3)$

$36a^3b^4(1 + 2a^3b^2 - 2ab^2)$

$2ab(18a^2b^3 + 9a^2b - 36a^3b^4)$

2. Relaciona cada trinomio con su respectiva factorización.

a.  $3x^2 + 19x + 6$

A  $(4x - 3)(3x + 5)$

b.  $5x^2 - 23x + 12$

B  $(5x - 3)(x - 4)$

c.  $11x^2 - 8x - 3$

C  $(3x + 1)(x + 6)$

d.  $12x^2 + 11x - 15$

D  $(11x + 3)(x - 1)$

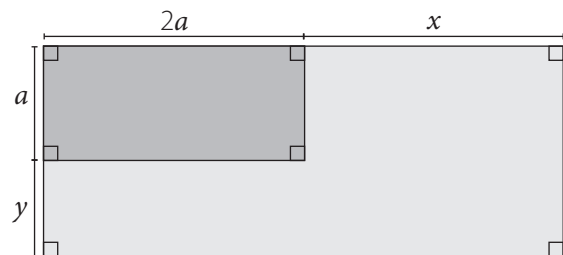
e.  $12x^2 + 29x + 15$

E  $(5x - 3)(x + 4)$

f.  $5x^2 + 17x - 12$

F  $(4x + 3)(3x + 5)$

3. El largo del jardín rectangular de Adriana medía dos veces el ancho  $a$ . Si Adriana aumentó el largo y el ancho del jardín para que la nueva área mida  $(2a^2 + 7a + 6)$  m<sup>2</sup>, ¿en cuánto aumentó el ancho del jardín?



\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

4. Factoriza los siguientes trinomios.

a.  $x^2 - 6xy + 9y^2 =$  \_\_\_\_\_

b.  $a^2b^2 - 10ab + 25 =$  \_\_\_\_\_

c.  $81a^2 - 36ab + 4b^2 =$  \_\_\_\_\_

d.  $4m^2 + 20m + 25 =$  \_\_\_\_\_

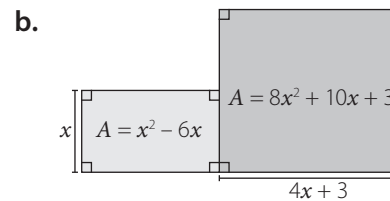
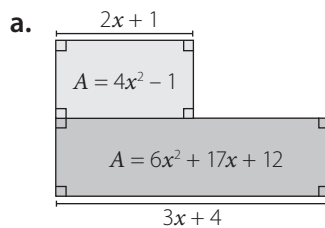
e.  $9m^2 + 16n^{10} + 24mn^5 =$  \_\_\_\_\_

f.  $25a^2c^2 + 4b^2 - 20abc =$  \_\_\_\_\_

g.  $289a^2 + 68abc + 4b^2c^2 =$  \_\_\_\_\_

h.  $p^{12} + 16p^6q^4 + 64q^8 =$  \_\_\_\_\_

5. Expresa el perímetro de las figuras en función de  $x$ .



6. La profesora les pidió a Laura y a Ricardo que factorizaran el polinomio  $9y^2 - 25x^2 + 70x - 49$ .

Laura	Ricardo
$9y^2 - 25x^2 + 70x - 49$	$9y^2 - 25x^2 + 70x - 49$
Paso 1: $9y^2 - (25x^2 - 70x + 49) =$	Paso 1: $9y^2 - (25x^2 - 70x + 49) =$
Paso 2: $9y^2 - (5x + 7)^2 =$	Paso 2: $9y^2 - (5x - 7)^2 =$
Paso 3: $[3y - (5x + 7)][3y + (5x + 7)] =$	Paso 3: $[3y - (5x - 7)][3y + (5x + 7)] =$
Paso 4: $(3y - 5x - 7)(3y + 5x + 7)$	Paso 4: $(3y - 5x + 7)(3y + 5x + 7)$

a. ¿En qué paso se equivocó cada estudiante? \_\_\_\_\_

b. Factoriza correctamente el polinomio. \_\_\_\_\_

7. Rita iba a construir una repisa de  $(4x^2 - 8x - 5)$  cm<sup>2</sup> de área. Ahora ha decidido agrandarla, de modo que el área sea  $(4x^2 + 4x - 3)$  cm<sup>2</sup>. ¿Cuántos centímetros más tendrán el largo y el ancho de la repisa con la nueva área?

8. Determina el término que se debe agregar a cada trinomio para que sea trinomio cuadrado perfecto.

a.  $a^4 + 4a^2 + 16 =$  \_\_\_\_\_

d.  $m^6 + 8m^3n + 36n^2 =$  \_\_\_\_\_

b.  $x^4 - 3x^2y^2 + y^4 =$  \_\_\_\_\_

e.  $25p^4 + 11p^2q^2 + 4q^4 =$  \_\_\_\_\_

c.  $x^8 + 9x^4 + 25 =$  \_\_\_\_\_

f.  $z^2 + 15wz + 64w^2 =$  \_\_\_\_\_

9. Relaciona cada polinomio con su respectiva factorización.

a.  $p^5 - p^3$

(A)  $(p - 1)(p^2 + 1)(p + 1)^2$

b.  $p^3 - 6p^2 + 9p$

(B)  $p^3(p + 1)(p - 1)$

c.  $16p^4 - 9p^2$

(C)  $p^2(3p + 5)^2$

d.  $9p^4 + 30p^3 + 25p^2$

(D)  $p(p - 3)^2$

e.  $p^5 + p^4 - p - 1$

(E)  $p^2(4p + 3)(4p - 3)$

# Tema 3: Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas

## Ecuación lineal de dos incógnitas

1. Marca con un  si  $x = -1$  e  $y = 8$  es una solución de las siguientes ecuaciones y con una  si no lo es:

- a.   $2x + y = 6$       b.   $7x - y = 11$       c.   $x - y = 7$       d.   $x + y = 7$

2. Plantea una ecuación para cada situación y encuentra, por tanteo, dos posibles soluciones en cada caso.

a. Un número más el doble de otro es 12. ¿Cuáles son los números?

---

b. Una madre reparte entre sus dos hijos \$ 5 000. ¿Cuánto le da a cada uno?

---

c. Dos ángulos son suplementarios. ¿Cuánto mide cada ángulo?

---

d. 8 L de aceite y 10 L de vinagre cuestan \$ 10 500. ¿Cuál es el precio de cada litro de aceite y de vinagre?

---

3. Un grupo de 18 estudiantes contrata un bus para un paseo a la cordillera. Ese día 3 de los jóvenes se enferman y no asisten, por lo que la cuota a pagar por cada uno sube a \$ 3 000.

a. Representa la situación algebraicamente.

---

b. ¿Cuánto se cobró por el bus?

---

c. ¿Cuál era la cuota original?

---

4. En un estacionamiento hay motos y autos. En total se cuentan 78 ruedas.

a. ¿Es posible que haya 20 autos? ¿Por qué?

---

b. ¿Es posible que haya 10 motos? ¿Y 11? ¿Por qué?

---

c. ¿Cuántos autos y cuántas motos hay?

---

## Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas

1. En un monedero hay un total de \$ 8 500, distribuidos en 33 monedas. Algunas son \$ 100 y el resto son de \$ 500. De acuerdo a estos datos, Pilar y Mario escribieron dos sistemas de ecuaciones diferentes.

$$\begin{array}{l} \text{Pilar} \\ x + y = 33 \\ 100x + 500y = 8\,500 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Mario} \\ x + y = 8\,500 \\ \frac{x}{500} + \frac{y}{100} = 33 \end{array}$$

- a. ¿Qué representa  $x$  e  $y$  en cada caso, en el contexto de la situación inicial?

---

- b. ¿Cuántas monedas de cada valor hay? Explica cómo lo calculaste.

---

2. Verifica si cada afirmación es verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.

- a.  La ecuación  $2x - 5y = 4$  tiene infinitas soluciones.

---

- b.  Un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones y dos incógnitas es compatible si las rectas que lo conforman tienen al menos dos puntos en común.

---

- c.  Para mostrar que un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones y dos incógnitas es incompatible, se debe realizar la representación gráfica de las ecuaciones.

---

- d.  Un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas siempre tiene, por lo menos, una solución.

---

3. Decide en cada caso y marca con un  si el sistema tiene solución o con una  si no tiene solución. No resuelvas ningún sistema.

a.  
$$\begin{array}{l} \frac{4}{3}x + \frac{1}{6}y = 2 \\ 4x + \frac{1}{2}y = 6 \end{array}$$

c.  
$$\begin{array}{l} 3x + 2y = 12 \\ x - y = 6 \end{array}$$

b.  
$$\begin{array}{l} 6x + 6y = 20 \\ 2x + 2y = 5 \end{array}$$

d.  
$$\begin{array}{l} 200x + 100y = 20 \\ 4x + 3y = 3 \end{array}$$

## Métodos de resolución: igualación, sustitución, reducción y Cramer

1. Utilizando el método de igualación, resuelve:

a. 
$$\begin{cases} 12x + y = -70 \\ -6x + y = 38 \end{cases}$$

$x = \square$     $y = \square$

b. 
$$\begin{cases} 4x + 15y = 34 \\ 4x + 11y = 26 \end{cases}$$

$x = \square$     $y = \square$

c. 
$$\begin{cases} 3x + 8y = 75 \\ -x + 4y = 35 \end{cases}$$

$x = \square$     $y = \square$

d. 
$$\begin{cases} x + 3y = -4 \\ x - y = 12 \end{cases}$$

$x = \square$     $y = \square$

2. Utilizando el método de sustitución, resuelve:

a. 
$$\begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

$x = \square$     $y = \square$

b. 
$$\begin{cases} 6x + 4y = 20 \\ x - 2y = -2 \end{cases}$$

$x = \square$     $y = \square$

c. 
$$\begin{cases} x - 3y = -21 \\ 3x + 14y = 121 \end{cases}$$

$x = \square$     $y = \square$

d. 
$$\begin{cases} -12x - y = 33 \\ 7x - 8y = 58 \end{cases}$$

$x = \square$     $y = \square$

3. Utilizando el método de reducción, resuelve:

a. 
$$\begin{cases} 5x + 2y = 52 \\ 4x - 3y = 60 \end{cases}$$

$x = \square$     $y = \square$

b. 
$$\begin{cases} 3x + 8y = 30 \\ 4x - 5y = -7 \end{cases}$$

$x = \square$     $y = \square$

c. 
$$\begin{cases} -14x - 3y = -158 \\ -35x + 3y = -332 \end{cases}$$

$x = \square$     $y = \square$

d. 
$$\begin{cases} -7x + 5y = 7 \\ 8x - 7y = -8 \end{cases}$$

$x = \square$     $y = \square$

4. Utilizando el método de Cramer, resuelve:

$$\begin{cases} x - 5y = 24 \\ 2x + 3y = 9 \end{cases}$$

$$x = \boxed{\phantom{00}} \quad y = \boxed{\phantom{00}}$$

$$\begin{cases} 11x - 13y = 23 \\ -x + 3y = -13 \end{cases}$$

$$x = \boxed{\phantom{00}} \quad y = \boxed{\phantom{00}}$$

$$\begin{cases} 21x + 6y = 15 \\ 35x + 10y = 33 \end{cases}$$

$$x = \boxed{\phantom{00}} \quad y = \boxed{\phantom{00}}$$

$$\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 4x + y = 14 \end{cases}$$

$$x = \boxed{\phantom{00}} \quad y = \boxed{\phantom{00}}$$

5. Decide, en cada caso, si el sistema de ecuaciones tiene solución y si son infinitas soluciones. En el caso de que la solución sea única, encuéntrala aplicando el método gráfico.

$$\begin{cases} 3x + y = 4 \\ -y + 2x = 1 \end{cases}$$

$$x = \boxed{\phantom{00}} \quad y = \boxed{\phantom{00}}$$

$$\begin{cases} 3x + 3y = -9 \\ y = -x - 3 \end{cases}$$

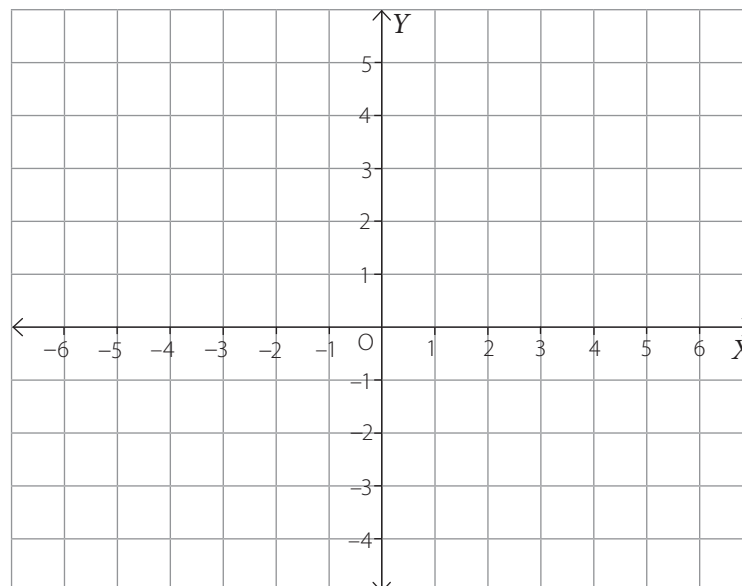
$$x = \boxed{\phantom{00}} \quad y = \boxed{\phantom{00}}$$

$$\begin{cases} 2x - 3y + 10 = 0 \\ 4y + 20 = 6x \end{cases}$$

$$x = \boxed{\phantom{00}} \quad y = \boxed{\phantom{00}}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x + 2y = 0 \end{cases}$$

$$x = \boxed{\phantom{00}} \quad y = \boxed{\phantom{00}}$$



6. Resuelve los siguientes problemas.

- a. Para ingresar al parque se puede adquirir entradas para adultos a \$ 4 500 y para niños a \$ 2 000. Paula adquirió 6 entradas y pagó \$ 17 000. ¿Cuántos adultos y cuántos niños conforman la familia de Paula?

---

- b. En una granja crían gallinas y conejos. Si contamos 83 cabezas y 216 patas, ¿cuántos animales de cada especie hay?

---

- c. Con 5 billetes iguales y 18 monedas iguales tengo \$ 19 000, mientras que con 7 billetes y 16 monedas tengo \$ 22 000. ¿Cuál es el valor de cada moneda y cada billete?

---

- d. Para la obra de teatro asistieron 90 personas. La entrada para adultos se pagó a \$ 8 000 y para niños a \$ 5 000. Ese día se recaudaron \$ 570 000. ¿Cuántos adultos y cuántos niños entraron a la obra?

---

- e. Antonia tiene la mitad de la edad de Emilia. En 15 años, Emilia será 6 años mayor que Antonia. ¿Cuál es la edad de cada una?

---

- f. Si 4 hombres y 3 mujeres van a una fiesta, el costo total de las entradas es de \$ 23 000. Si van 3 hombres y una mujer, el costo es de \$ 13 500. ¿Cuánto cuesta una entrada de hombre y una de mujer?

---

- g. Al repartir mis láminas entre mis amigos, pude darle 5 a cada uno, y me sobraban 2. Pero luego llegaron 2 amigos más, por lo que las repartí de nuevo y pude darle 3 láminas a cada uno, sobrando una lámina. ¿Cuántos amigos había al principio, y cuántas láminas tenía?

---

- h. Los dos últimos fines de semana Jorge llevó a sus nietos al cine. La primera vez pagó \$ 15 000 por dos adultos y dos niños, y la segunda vez pagó \$ 13 500 por un adulto y tres niños. ¿Cuánto pagó Jorge por cada entrada de adulto y de niño?

---

- i. En la granja se han envasado 300 litros de leche en 120 botellas, algunas de dos y otras de cinco litros. ¿Cuántas botellas de cada clase se han utilizado?

---

- j. Tamara y Sebastián tienen ahorrados \$ 250 000 entre los dos. Tamara anuncia que ha ahorrado \$ 70 000 más que Sebastián. ¿Cuánto ha ahorrado cada uno?

---



7. Dados los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$\textcircled{A} \begin{cases} 2x + y = 4 \\ 3x + 2y = 9 \end{cases}$$

$$\textcircled{B} \begin{cases} 5x - y = 6 \\ 5x - y = 12 \end{cases}$$

Verifica si cada afirmación es verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.

a.  El sistema  $\textcircled{A}$  es compatible determinado.

---

b.  El conjunto solución de  $\textcircled{A}$  es  $(-1, 6)$ .

---

c.  La solución gráfica de  $\textcircled{B}$  es una recta.

---

d.  El conjunto solución de  $\textcircled{B}$  es  $(5, 3)$ .

---

e.  El sistema  $\textcircled{B}$  es compatible indeterminado.

---

8. Un estudiante rindió un examen consistente en 100 preguntas con alternativas. El profesor asigna 5 puntos por cada respuesta correcta y descuenta 1 punto por cada 4 respuestas incorrectas.

a. Si el estudiante contestó 59 preguntas y obtuvo 169 puntos, ¿cuántas preguntas correctas tuvo?

---

b. Con estas condiciones, ¿puede ser 56,5 y 43,5, respectivamente, una solución al problema? ¿Por qué?

---

9. Algunos alimentos proporcionan minerales y vitaminas necesarias para un óptimo estado de salud. La siguiente tabla muestra el contenido, por porción, de calcio, fósforo y vitamina C de tres frutas.

Frutas	Calcio (g)	Fósforo (g)	Vitamina C (g)
Fresa	0,22	0,23	0,7
Guayaba	0,2	0,35	0,75
Naranja	0,4	0,2	0,55

Si una dieta nutricional recomienda consumir 3,26 g de calcio, 3,24 g de fósforo y 8,05 g de vitamina C, entre otros minerales y vitaminas, ¿cuántas porciones de cada fruta se deben consumir, para cumplir la dieta propuesta?

---

# Tema 4: Relación entre dos variables

## Relaciones lineales de la forma $f(x, y) = ax + by$

1. Se tiene la relación entre dos variables representada por la expresión:  $f(x, y) = 2x + 0,75y$ . Completa la tabla de valores para distintos valores de  $x$  e  $y$ .

$x$	$y$	$f(x, y) = 2x + 0,75y$
2	4	
1	6	
-2	2	
0	3	
1,5	-4	

2. Considerando la función  $f(x, y) = 4x - 3y$ , para cada valor de  $f(x, y)$ , ¿cuál es la ecuación lineal en dos variables de la forma  $y = mx + n$  que lo representa?

a.  $f(x, y) = 0$  \_\_\_\_\_

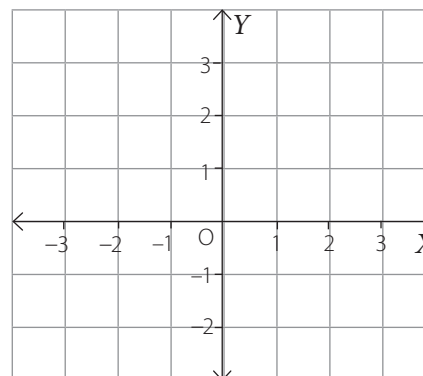
b.  $f(x, y) = 8$  \_\_\_\_\_

c.  $f(x, y) = 0,5$  \_\_\_\_\_

d.  $f(x, y) = 12$  \_\_\_\_\_

3. Si  $f(x, y) = x + 0,5y$ , y además  $f(x, y) = 1$ , completa la tabla y traza la gráfica asociada.

$x$	$y$	$f(x, y)$
-1		1
	3	1
0		1
	-2	1
3		1



4. Determina la relación lineal de la forma  $f(x, y) = ax + by$  que se representa en cada tabla.

a.

$x$	$y$	$f(x, y)$
0	-2	4
3	2,5	4

\_\_\_\_\_

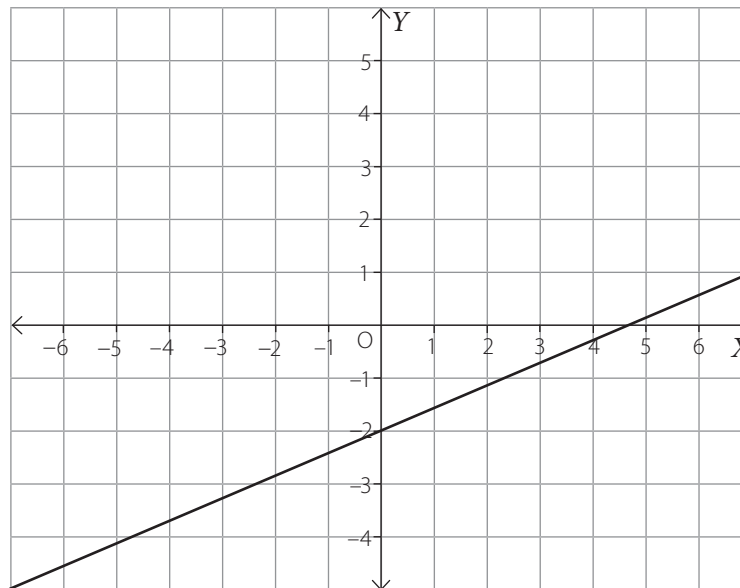
b.

$x$	$y$	$f(x, y)$
3	1	8
-2	21	8

\_\_\_\_\_

## Variación de parámetros

1. Considera la siguiente recta:



- a. Grafica en el mismo plano cartesiano 3 rectas paralelas a la representada.  
b. Para cada recta, escribe la ecuación de la recta en la forma  $ax + by = c$  que las representa.

- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_

c. Para cada ecuación, determina la pendiente de la recta.

- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_

d. ¿Qué puedes concluir?

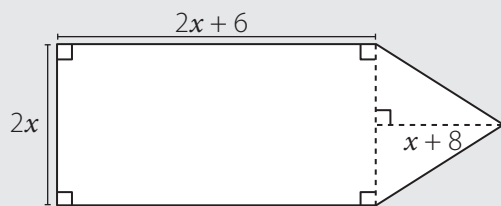
\_\_\_\_\_

e. ¿Cuál es la función de forma  $f(x, y)$  que representa al haz de rectas?

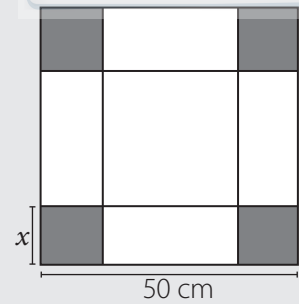
\_\_\_\_\_

**Marca la opción correcta.**

1. Expresa el área de la siguiente figura:



- A.  $2x(3x + 15)$   
 B.  $2x(x + 2)(x - 3)$   
 C.  $2x(x - 4)(x + 7)$   
 D.  $5x(x + 4)$
2. Una expresión equivalente a  $(-a - b)^2$  es:  
 A.  $a^2 + b^2$   
 B.  $(a - b)^2$   
 C.  $(a + b)^2$   
 D.  $-(a + b)^2$
3. ¿Cuál es el resultado de  $(x - 2)^2 - (x + 2)^2$ ?  
 A.  $8x$   
 B.  $-8x$   
 C.  $2x^2 + 8x$   
 D.  $2x^2 - 8x + 8$
4. ¿Cuál es el desarrollo de la expresión  $(3x - 4x^2)^3$ ?  
 A.  $27x^3 + 108x^4 + 144x^5 + 64x^6$   
 B.  $27x^3 - 144x^4 + 108x^5 - 64x^6$   
 C.  $27x^3 - 108x^4 + 144x^5 - 64x^6$   
 D.  $27x^3 + 144x^4 + 108x^5 + 64x^6$
5. ¿Cómo se factoriza  $49m^6 - 70am^3n^2 + 25a^2n^4$ ?  
 A.  $(5m^3 - 7an^2)^2$   
 B.  $(7m^3 - 5an^2)^2$   
 C.  $(7m^3 - 5an^2)(7m^3 + 5an^2)$   
 D.  $(5m^3 - 7an^2)(5m^3 + 7an^2)$
6. El producto de los binomios  $(3x + 5)$  y  $(4x + 6)$  es:  
 A.  $12x^2 + 12x + 30$   
 B.  $2x^2 - 30x + 30$   
 C.  $2x^2 + 38x + 11$   
 D.  $12x^2 + 38x + 30$
7. ¿Cuál es la suma de los coeficientes del desarrollo de  $(4x + 1)^3 - (8x^2 - 1)[(2x + 1)^2 - (2x - 1)^2]$ ?  
 A. 98  
 B. 69  
 C. 112  
 D. 87
8. ¿Cuál de las siguientes expresiones es un cuadrado de binomio?  
 A.  $6a^2 - 16ab + 4b^2$   
 B.  $25x^2 + 30xy + 9y^2$   
 C.  $m^2 - 40mn + 64n^2$   
 D.  $6b^2 - 56b + 49$
9. Al factorizar completamente  $5y^4 - y^3 + 5y^2$ , uno de los factores corresponde a:  
 A. 5  
 B.  $y^2$   
 C.  $y^4$   
 D.  $10y - 1$
10. Para la expresión:  $3x(a - 7) + 5(7 - a) + 4ax - 28x$ , ¿cuál es su factorización correcta?  
 A.  $(a - 7)(7x - 5)$   
 B.  $(a + 7)(5 - 7x)$   
 C.  $(a - 7)(5 - x)$   
 D.  $(a - 7)(7x - 5)$
11. Un agricultor necesita que el área de una parcela rectangular sea  $(4x^2 - 4x - 3)$  m<sup>2</sup>. Si el largo es  $(2x + 1)$  m, ¿cuál es el ancho?  
 A.  $(2x - 3)$  m  
 B.  $(3x + 2)$  m  
 C.  $(2x - 1)$  m  
 D.  $(3x - 1)$  m
12. ¿Cuál es la factorización de  $64 - x^6$ ?  
 A.  $(x^4 - 4x^2 + 16)(x^2 - 4)$   
 B.  $(x^4 + 4x^2 - 16)(x + 2)(x - 2)$   
 C.  $(4 - x^2)(x^4 - 4x - 16)$   
 D.  $(4 + x^2)(16 - 4x^2 + x^4)$



13. Patricia compra un pliego de cartulina cuadrada de 50 cm de lado y desea confeccionar una caja sin tapa. Si corta en cada extremo del pliego un cuadrado del mismo tamaño, como se indica en la figura, ¿cómo se expresa el área del fondo de la caja?
- $4x^2 - 200x + 2500$
  - $x^2 + 200x + 2500$
  - $x^2 - 200x + 2500$
  - $4x^2 + 200x + 2500$
14. Si un automóvil va a una velocidad de 60 km/h, ¿cuál es la igualdad que modela la relación entre la distancia recorrida  $x$  y las horas transcurridas  $y$ ?
- $60x - y = 0$
  - $x - 60y = 0$
  - $x + 60y = 0$
  - $60x + y = 0$
15. Considera la siguiente situación: “En una caja hay arañas y escarabajos. En total se cuentan 54 patas y a ninguno le faltan patas. Considerando que las arañas tienen 8 patas y los escarabajos, 6, ¿cuántas arañas y cuántos escarabajos hay?” ¿Cuál de las siguientes ecuaciones puede ayudarte a resolver el problema?
- $2A + 4E = 54$
  - $8A + 6E = 54$
  - $6A + 8E = 54$
  - $A + E = 54$
16. Considera el sistema de ecuaciones:
- $$\begin{cases} 4x - 7y = -10 \\ 8x - 14y = 4 \end{cases}$$
- ¿Cómo se representa en el plano cartesiano y qué se puede decir de su solución?
- Como dos rectas paralelas y no tiene solución.
  - Como dos rectas perpendiculares y tiene solución.
  - Como una recta y tiene infinitas soluciones.
  - Como dos rectas secantes y tiene una única solución.
17. ¿Cuántos patos y cuántos conejos hay en un corral si entre todos juntan 44 cabezas y 148 patas?
- 20 patos y 24 conejos.
  - 14 patos y 30 conejos.
  - 12 patos y 32 conejos.
  - 29 patos y 15 conejos.

18. ¿Cuál es la solución del sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ x + y = 0 \end{cases} ?$$

- A. (-2, 2)
- B. (1, 2)
- C. (0, 0)
- D. (1, -1)

19. El sistema:  $\begin{cases} 2x - 6y = 2 \\ x + 3y = 1 \end{cases}$

- A. No tiene solución.
- B. Tiene una única solución.
- C. Posee una solución con  $x = y$ .
- D. Ninguna de las anteriores.

20. Si el punto de intersección de las rectas  $y - x = 4$  y  $yx - 2y = 2$  es  $(2a, b)$ , ¿cuál es el valor de  $3a + 2b$ ?

- A. 27
- B. -16
- C. 16
- D. -27

21. Si  $\begin{cases} x + y = 15 \\ x - y = 2 \end{cases}$ , ¿cuánto es  $xy$ ?

- A. 44
- B. 240
- C. -150
- D. Ninguna de las anteriores.

22. ¿Cuál es la solución del sistema  $\begin{cases} 3x + 2y = 13 \\ x - y = 6 \end{cases}$ ?

- A.  $x = 5, y = 1$
- B.  $x = 5, y = -1$
- C.  $x = -5, y = 1$
- D. No es única.

23. En el siguiente sistema:  $\begin{cases} 8x + 4y = 12 \\ -12x + 5y = -15 \end{cases}$

¿Cuáles son los valores de los determinantes?

- A.  $\Delta = 8, \Delta_x = 120, \Delta_y = 24$
- B.  $\Delta = 88, \Delta_x = -264, \Delta_y = 0$
- C.  $\Delta = 88, \Delta_x = 0, \Delta_y = -264$
- D.  $\Delta = 8, \Delta_x = 24, \Delta_y = 120$

24. ¿Cuál es el punto de intersección entre las rectas de ecuaciones  $2x - 5y = 19$  y  $3x + 4y = -6$ ?

- A. (2, 3)
- B. (-2, 3)
- C. (-2, -3)
- D. (2, -3)

25. ¿Cuál es la ecuación cuya gráfica pasa por los puntos de coordenadas (4, 7) y (6, 13)?

- A.  $4x + 7y + 6 = 0$
- B.  $3x - y - 5 = 0$
- C.  $3x + y - 6 = 0$
- D.  $x - 3y + 2 = 0$

26. ¿Cuál es una solución de la ecuación  $4x + 7y = 33$ ?

- A.  $x = 0, y = 5$
- B.  $x = 3, y = 3$
- C.  $x = -10, y = 1$
- D.  $x = -6, y = -1$

27. Si  $4x + 2y = 17$ , el valor de  $y$  si  $x = \frac{1}{4}$  es:

- A.  $y = 4$
- B.  $y = 8$
- C.  $y = 9$
- D.  $y = 10$

28. Al despejar la variable  $x$  en la ecuación  $5x + 2y = 2$  se obtiene:

- A.  $x = \frac{2 + 2y}{5}$
- B.  $x = 7 - 2y$
- C.  $x = \frac{2 - 2y}{5}$
- D.  $x = \frac{2y - 2}{5}$

29. Si Alejandra es 3 años mayor que Manuel, ¿qué ecuación relaciona sus edades?

- A.  $a - m = 3$
- B.  $a - m = 4,5$
- C.  $3a - m = 1,5$
- D.  $a - 3m = 1,5$

30. ¿Cuál de los siguientes sistemas tiene como solución  $x = 2, y = -1$ ?

A. 
$$\begin{cases} 9x + 5y = 13 \\ 27x + 15y = 39 \end{cases}$$

C. 
$$\begin{cases} 5x + 7y = 3 \\ 10x - 3y = 22 \end{cases}$$

B. 
$$\begin{cases} 7x + 5y = 10 \\ 8x - 3y = 19 \end{cases}$$

D. 
$$\begin{cases} 10x - 7y = 27 \\ 19x - 3y = 41 \end{cases}$$

31. Considera la siguiente situación: "En la embotelladora se han envasado 500 litros de jugo de naranjas en 200 botellas de dos y cinco litros. ¿Cuántas botellas de cada clase se han utilizado?" ¿Cuál de los siguientes sistemas de ecuaciones representa la situación?

A. 
$$\begin{cases} x + y = 200 \\ 2x + 2y = 500 \end{cases}$$

C. 
$$\begin{cases} x + y = 500 \\ 2x + 5y = 200 \end{cases}$$

B. 
$$\begin{cases} 2x + 5y = 500 \\ x + y = 200 \end{cases}$$

D. 
$$\begin{cases} x + 5y = 200 \\ 2x + y = 500 \end{cases}$$

32. En un teatro las entradas para niños cuestan \$ 12 000 y para el resto de las personas, \$ 20 000. Se sabe que el profesor reservó entradas para una función y en total pagaron \$ 200 000. Si se utiliza  $N$  para los niños y  $A$  para el resto, ¿cuál de estas fórmulas permite describir el enunciado?

A.  $N + A = 200\ 000$

B.  $12\ 000N + 20\ 000A = 200\ 000$

C.  $20\ 000N + 12\ 000A = 200\ 000$

D.  $20\ 000N + 12\ 000A = 200\ 000 (N + A)$

33. La representación gráfica de las ecuaciones del sistema 
$$\begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ -12x + 18y = 0 \end{cases}$$
 corresponde a:

A. Dos rectas paralelas.

B. Dos rectas secantes.

C. Dos rectas coincidentes.

D. Dos rectas perpendiculares.

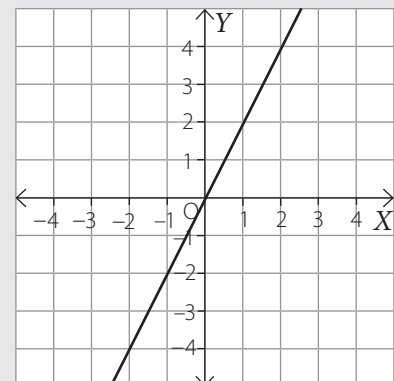
34. En el plano cartesiano se ha representado la relación entre dos variables  $ax + by = c$ . ¿Cuál de las siguientes opciones representa las condiciones para  $a, b$  y  $c$ ?

A.  $a = 0, b > 0, c = 0$

B.  $a < 0, b = 0, c > 0$

C.  $a < 0, b > 0, c = 0$

D.  $a > 0, b = 0, c > 0$

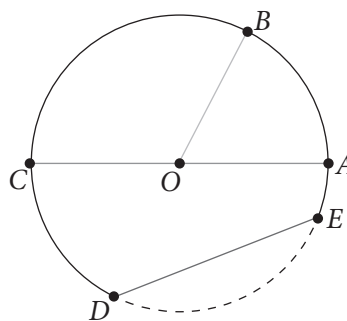


## Tema 1: Sectores y segmentos circulares

### Elementos de la circunferencia y del círculo

1. En la siguiente circunferencia de centro  $O$ , identifica cada uno de sus elementos, escribiendo su nombre.

- a.  $\overline{OA}$  \_\_\_\_\_
- b.  $\overline{DE}$  \_\_\_\_\_
- c.  $\widehat{DE}$  \_\_\_\_\_
- d.  $\overline{CA}$  \_\_\_\_\_

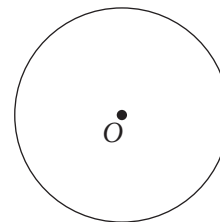
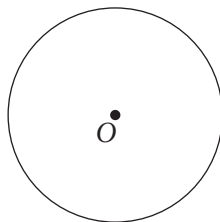
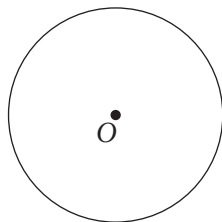


2. Representa en cada círculo de centro  $O$ , la región correspondiente.

a. Corona circular.

b. Segmento circular.

c. Sector circular.



3. Analiza el siguiente círculo de centro  $O$  y radio 3 cm. Luego realiza lo solicitado.

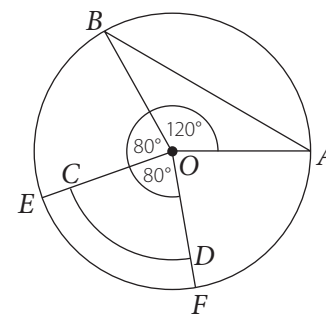
a. Pinta un sector circular y un segmento circular.

b. Si  $m(\widehat{AB}) = 5,2$  cm, ¿cuánto es el perímetro del triángulo  $OAB$ ?

c. Si  $m(\widehat{CE}) = 0,6$  cm, ¿cuánto mide el segmento  $OD$ ?

d. ¿Cuánto mide el  $\sphericalangle DOA$ ?

e. ¿Mide lo mismo que el  $\sphericalangle AOD$ ? Explica.




---

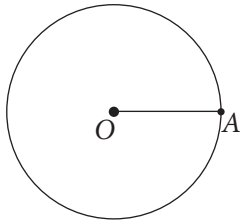


---

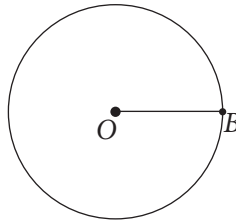


4. Traza en cada circunferencia, utilizando un transportador, los ángulos del centro solicitados.

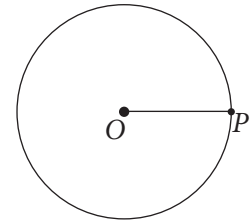
a.  $m(\sphericalangle AOB) = 45^\circ$



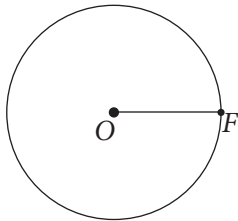
c.  $m(\sphericalangle BOC) = 50^\circ$



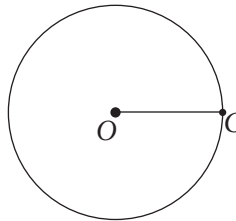
e.  $m(\sphericalangle POR) = 150^\circ$



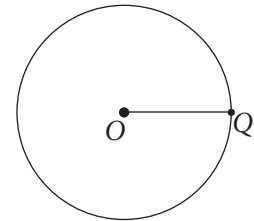
b.  $m(\sphericalangle FOT) = 70^\circ$



d.  $m(\sphericalangle COF) = 100^\circ$

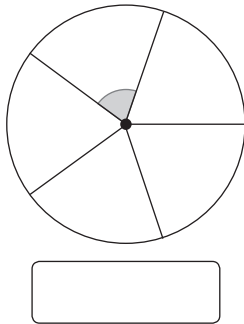


f.  $m(\sphericalangle QOT) = 270^\circ$

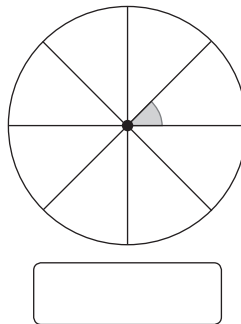


5. Cada circunferencia de centro  $O$  se encuentra dividida en partes iguales. Determina la medida de cada ángulo del centro.

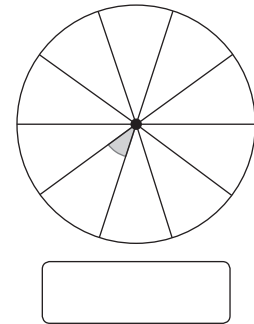
a.




b.




c.



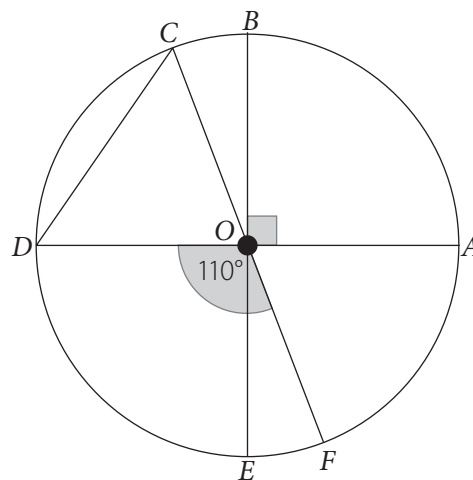

6. Analiza la circunferencia de centro  $O$  y luego anota la medida de cada ángulo solicitado.

a.  $m(\sphericalangle FOA) =$

b.  $m(\sphericalangle BOC) =$

c.  $m(\sphericalangle EOF) =$

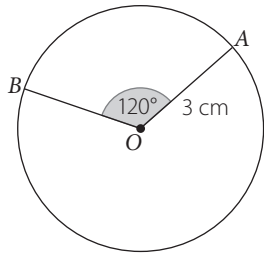
d.  $m(\sphericalangle ODC) =$



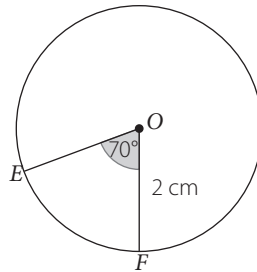
# Perímetro de un sector y segmento circular

1. Calcula la longitud de cada arco de circunferencia de centro  $O$ , según corresponda. Considera  $\pi \approx 3,14$ .

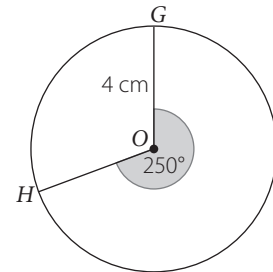
a.  $L(\widehat{AB}) = \boxed{\phantom{000}}$



b.  $L(\widehat{EF}) = \boxed{\phantom{000}}$

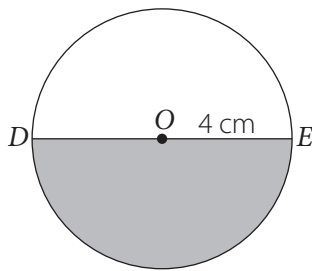


c.  $L(\widehat{GH}) = \boxed{\phantom{000}}$

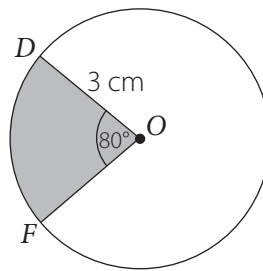


2. En cada círculo de centro  $O$ , calcula el perímetro de cada sector o segmento circular pintado. Considera  $\pi \approx 3,14$ .

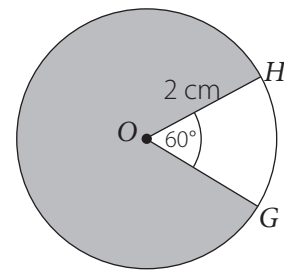
a.  $P = \boxed{\phantom{000}}$



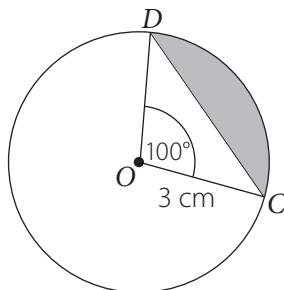
c.  $P = \boxed{\phantom{000}}$



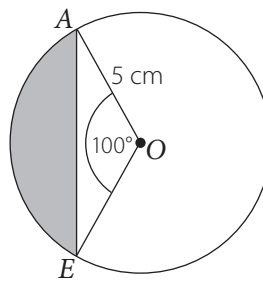
e.  $P = \boxed{\phantom{000}}$



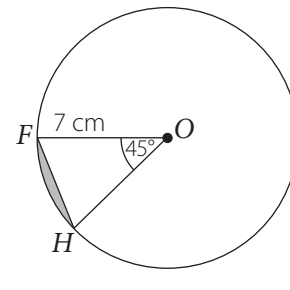
b.  $m(\widehat{CD}) = 4,6$  cm  
 $P = \boxed{\phantom{000}}$



d.  $m(\widehat{AB}) = 8,7$  cm  
 $P = \boxed{\phantom{000}}$



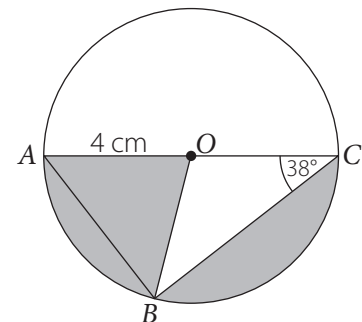
f.  $m(\widehat{FH}) = 5,4$  cm  
 $P = \boxed{\phantom{000}}$



3. En el círculo de centro  $O$ , se tiene que  $m(\widehat{BC}) = 6,3$  cm.

a. ¿Cuánto es el perímetro del sector circular pintado?  $\boxed{\phantom{000}}$

b. ¿Cuánto es el perímetro del segmento circular pintado?  $\boxed{\phantom{000}}$



# Área de un sector y segmento circular

1. Verifica si cada afirmación es verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.

a.  Si se duplica la medida del ángulo del centro, se duplica el área del sector circular.

\_\_\_\_\_

b.  Si se duplica la medida del ángulo del centro, se duplica la medida del arco del sector circular.

\_\_\_\_\_

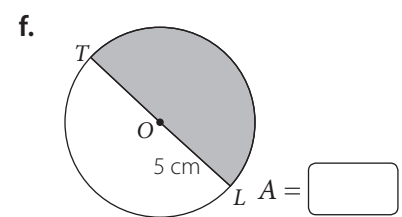
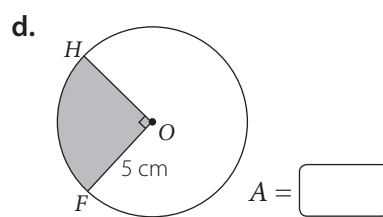
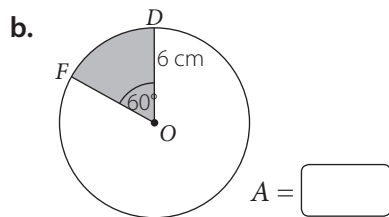
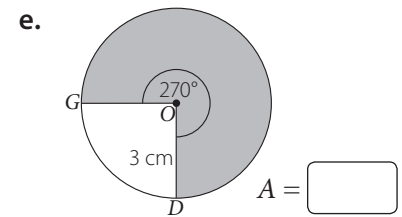
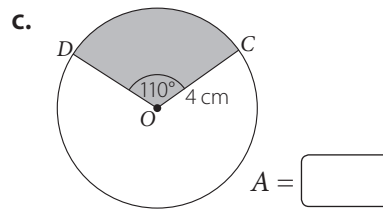
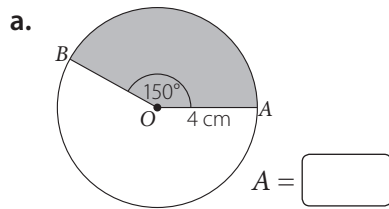
c.  Si se duplica la medida del ángulo del centro, se duplica el área del segmento circular.

\_\_\_\_\_

d.  Si se duplica la medida del ángulo del centro, se duplica la medida de la cuerda del segmento circular.

\_\_\_\_\_

2. Calcula el área de cada sector circular. Considera  $\pi \approx 3,14$ .

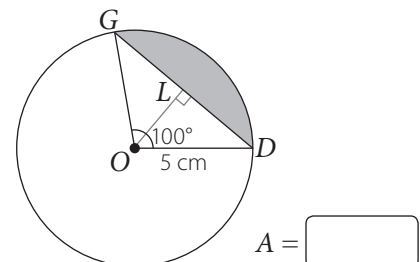
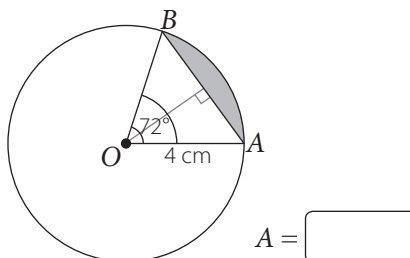
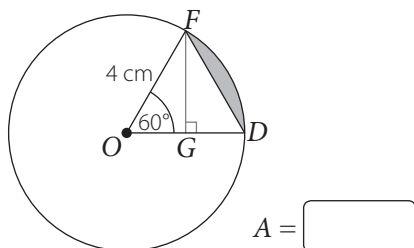


3. Calcula el área de cada segmento circular. Considera  $\pi \approx 3,14$ .

a.  $m(\overline{FG}) = 3,46$  cm

b.  $m(\overline{OH}) = 3,24$  cm  
 $m(\overline{AB}) = 4,7$  cm

c.  $m(\overline{OL}) = 3,21$  cm  
 $m(\overline{DG}) = 7,66$  cm



# Tema 2: Área y volumen del cono

## Área de un cono

1. Determina si las siguientes expresiones son verdaderas o falsas. Justifica tus respuestas.

a.  Si la altura de un cono aumenta al doble, su área total también aumenta al doble.

\_\_\_\_\_

b.  El manto de un cono es un sector circular de radio igual a la generatriz.

\_\_\_\_\_

c.  La superficie de un cono es un tercio de la superficie del cilindro que tiene igual base y altura.

\_\_\_\_\_

2. Calcula el área aproximada de cada cono a partir de las medidas dadas. Considera  $\pi \approx 3,14$ .

a. Radio: 9 cm, altura: 12 cm \_\_\_\_\_

b. Diámetro: 8 cm, altura: 7 cm \_\_\_\_\_

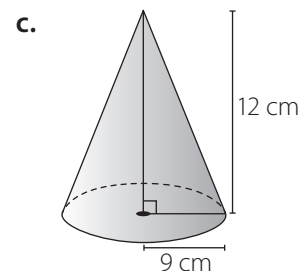
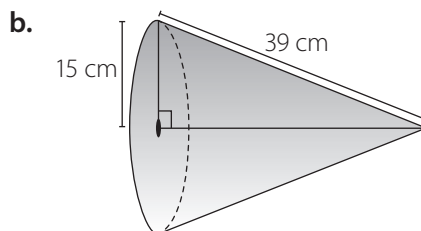
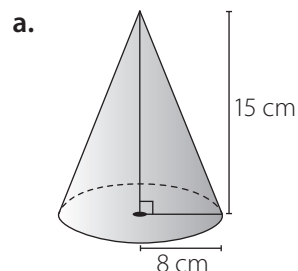
c. Radio: 12 cm, altura: 15 cm \_\_\_\_\_

d. Radio: 16 cm, altura: 10 cm \_\_\_\_\_

e. Generatriz: 26 cm, altura: 24 cm \_\_\_\_\_

f. Generatriz: 25 cm, radio: 15 cm \_\_\_\_\_

3. Calcula el área de cada cono. Considera  $\pi \approx 3,14$ .



4. Para la fiesta de fin de curso, María, Susana y Carlos van a fabricar gorros de cartulina con forma de cono. Si los radios miden 8 cm, 10 cm y 13 cm y las generatrices 28 cm, 35 cm y 40 cm, respectivamente, ¿cuánta cartulina necesitarán como mínimo?

María: \_\_\_\_\_

Susana: \_\_\_\_\_

Carlos: \_\_\_\_\_

5. El radio de un cono mide 5 cm y su volumen es de  $300 \text{ cm}^3$ .

- a. ¿Cuál es su altura?
- b. ¿Cuál es su generatriz?
- c. Calcula el área del manto.
- d. ¿Cuál es su área total?

6. Un cono de helado tiene 18 cm de profundidad y 8 cm de diámetro superior. ¿Cuál es el área del barquillo que lo forma?

---

7. Haciendo girar un triángulo rectángulo de catetos 12 cm y 16 cm alrededor de cada uno de ellos, se obtienen dos conos.

- a. Calcula el área del cono en ambos casos.

---

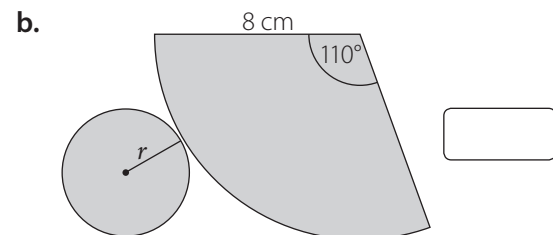
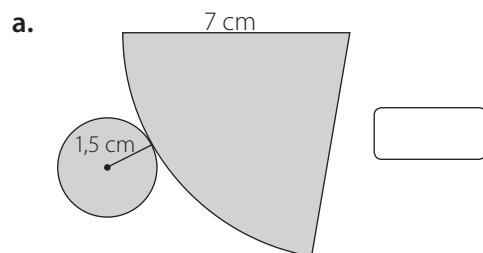
- b. ¿Cuál tiene mayor área?

---

8. En la calle, para advertir de una pista que se va a cerrar, se pusieron 12 conos plásticos, de 36 cm de diámetro y 60 cm de altura cada uno. ¿Cuál es el área del manto de cada cono?

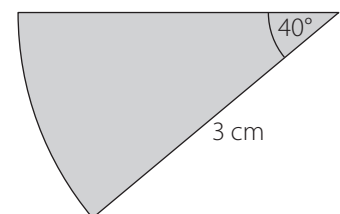
---

9. Observa cada red del cono y luego calcula su área. Considera  $\pi \approx 3,14$ .



10. Considerando el manto del cono que se muestra, responde. Considera  $\pi \approx 3,14$ .

- a. ¿Cuánto es el área del manto?
- b. Si se completa con la base, ¿cuánto debe medir su radio?
- c. ¿Cuánto mide el área de la superficie del cono?



## Volumen de un cono

1. Determina si las siguientes expresiones son verdaderas o falsas. Justifica tus respuestas.

a.  Si el radio basal de un cono aumenta al doble, su volumen también aumenta al doble.

\_\_\_\_\_

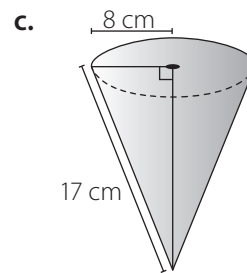
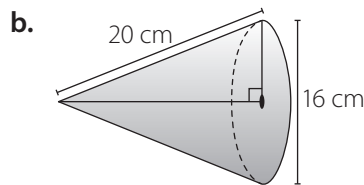
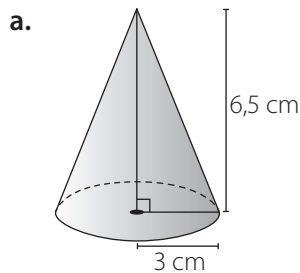
b.  Se llama generatriz a la altura del cono.

\_\_\_\_\_

c.  Si la altura de un cono disminuye a la mitad, su volumen también disminuye a la mitad.

\_\_\_\_\_

2. Calcula el volumen de cada cono. Considera  $\pi \approx 3,14$ .



3. La cafetera que se muestra en la imagen tiene forma cónica. La medida del contorno de la base es 75,36 cm y la altura es 30 cm. Si se sabe que el volumen de la tapa, que también es de forma cónica, es 47,1 cm<sup>3</sup>, ¿cuál es la cantidad de café que puede contener la cafetera cuando está llena?



\_\_\_\_\_

4. Un cono de metal de radio 4 cm y altura 12 cm se fundió para hacer un cilindro del mismo radio, usando todo el metal. ¿Cuál es la altura del cilindro?

\_\_\_\_\_

5. En un reloj de arena se identifican dos conos iguales unidos por su vértice. La altura total mide 10 cm y su diámetro, 5 cm.

a. Calcula el volumen máximo de arena que puede haber en el interior de uno de ellos.

b. Sabiendo que cae 0,1 cm<sup>3</sup> de arena por segundo, ¿cuánto tiempo tarda en pasar la arena de un lado al otro?

6. Un cono recto de 3 cm de radio tiene  $18\pi\sqrt{2}$  cm<sup>3</sup> de volumen. ¿Cuál es el área total del cono?

\_\_\_\_\_

7. Si una copa con forma cónica tiene un radio de 6 cm y una altura de 10 cm, como máximo, ¿cuántos litros se pueden verter en la copa? Recuerda que  $1 \text{ cm}^3$  equivale a 0,001 L. Considera  $\pi \approx 3,14$ .

---

8. Una manga pastelera tiene forma cónica de radio 8 cm y una altura de 30 cm. ¿Cuántos  $\text{cm}^3$  de merengue serán necesarios para llenarla completamente? Considera  $\pi \approx 3,14$ .

---

9. En una planta de salitre almacenan el mineral formando cerros con forma similar a un cono de dimensiones 40 m de radio y 10 m de altura. Si el salitre acumulado debe ser transportado en un camión con capacidad de carga de  $300 \text{ m}^3$ , ¿cuántos viajes debería realizar el camión? ¿Cómo lo supiste?

---

10. El volumen de un cono es  $1017,36 \text{ cm}^3$  y el área de su base es  $254,34 \text{ cm}^2$

a. ¿Cuánto mide su altura?

b. ¿Cuánto mide el radio de su base?

11. Se quiere transportar un cono de vidrio, de radio 12 cm y altura de 20 cm, en una caja con forma de prisma de base cuadrada de igual base y altura. El espacio entre la caja y el cono se llenará de bolitas de *plumavit*. ¿Qué volumen de *plumavit* se necesita?

---

12. En una empresa se fabrican conos de helado. La siguiente tabla muestra los diferentes tamaños de conos que se producen.

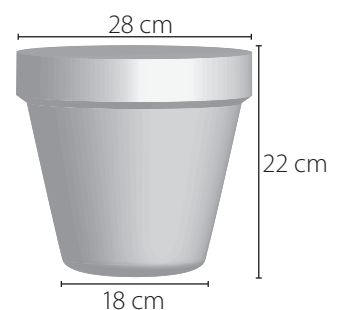
Nombre	Altura (mm)	Diámetro (mm)
Cono mini	88	38
Cono normal	138	45

Suponiendo que los conos son rectos, y si cada  $\text{cm}^3$  de helado se vende a \$ 20:

a. ¿Cuál es el precio de venta de un cono mini?

b. ¿Cuál es el precio de venta de un cono normal?

13. Calcula la cantidad máxima de tierra que la maceta de la figura puede contener.



# Tema 3: Homotecia y teorema de Tales

## Homotecia

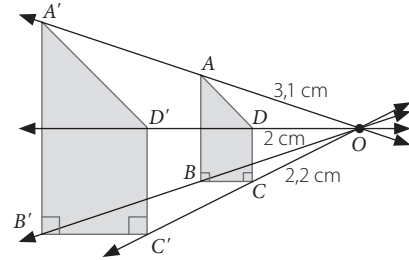
1. En la homotecia de centro  $O$  el valor de razón de la homotecia es 2. Calcula.

a.  $m(\overline{OA'}) =$

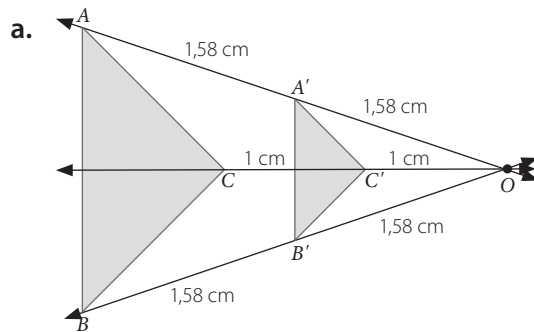
b.  $m(\overline{OD'}) =$

c.  $m(\overline{CC'}) =$

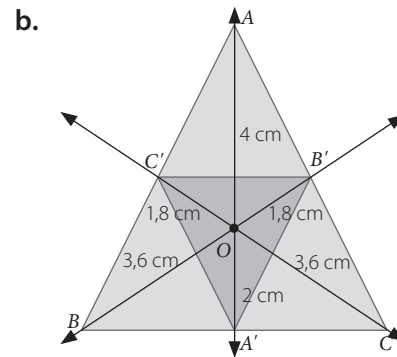
d. Si  $m(\sphericalangle B'A'D') = 45^\circ$ , ¿cuánto es  $m(\sphericalangle ADC)$ ?



2. Calcula el valor de la razón de homotecia de centro  $O$ , según corresponda.

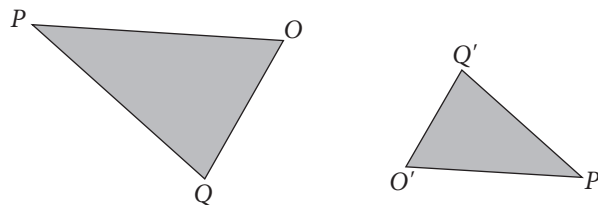


$k =$



$k =$

3. Al triángulo  $OPQ$  de la figura se le aplicó una homotecia tal que se obtuvo el triángulo  $O'P'Q'$ . Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifica las falsas.



a.  La razón de la homotecia es un número negativo.

\_\_\_\_\_

b.  El centro de la homotecia se encuentra a la izquierda del  $\triangle OPQ$ .

\_\_\_\_\_

c.  El centro de la homotecia se encuentra entre  $\triangle OPQ$  y  $\triangle O'P'Q'$ .

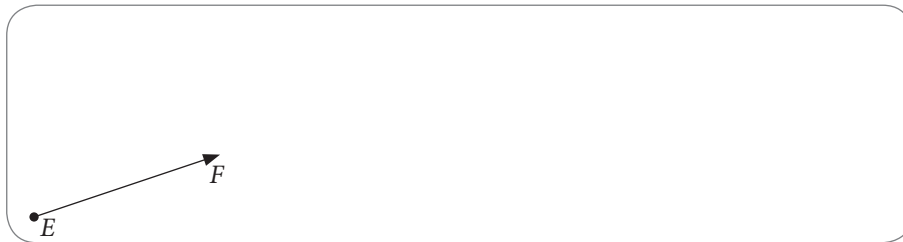
\_\_\_\_\_



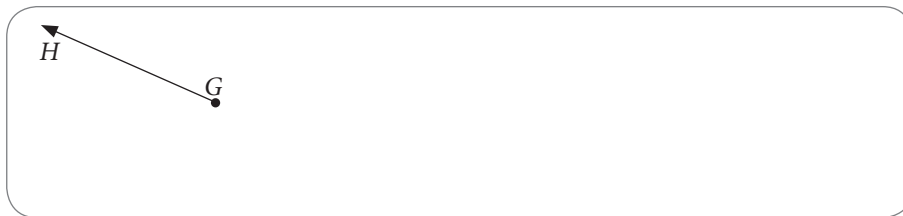
# Homotecia de forma vectorial

1. Construye utilizando regla y compás, sin medir cada vector.

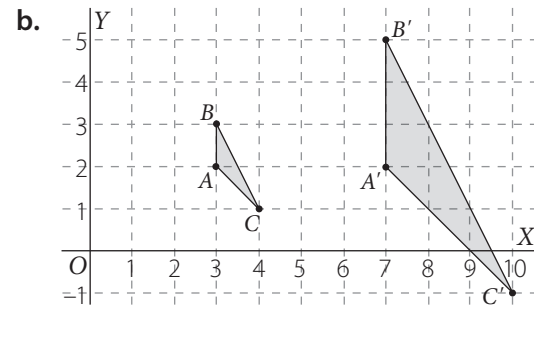
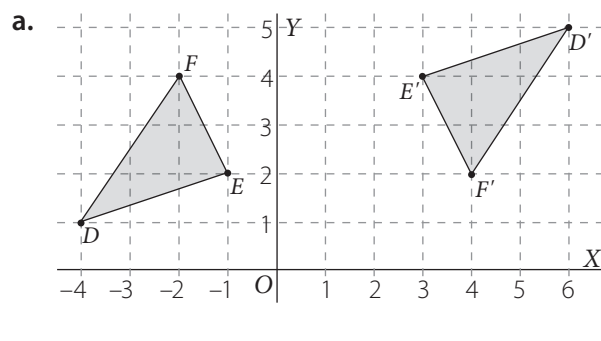
a. Se ha representado el vector  $\overline{EF}$ . Construye el vector  $3\overline{EF}$ .



b. Se ha representado el vector  $\overline{GH}$ . Construye el vector  $-\overline{GH}$ .

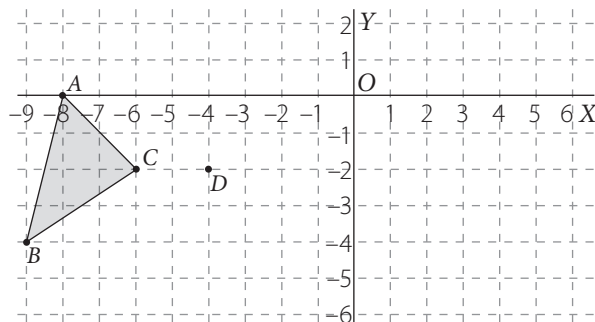


2. Determina las coordenadas del centro de homotecia y valor de la razón de homotecia en cada caso.

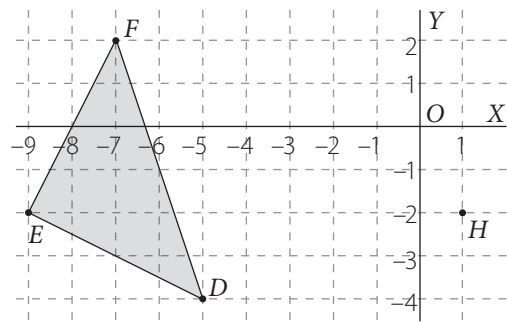


3. Aplica a cada figura geométrica la homotecia de valor de razón igual a  $k$ .

a. Centro  $D$  y valor de la razón  $-2$ .



b. Centro  $H$  y valor de la razón  $0,5$ .



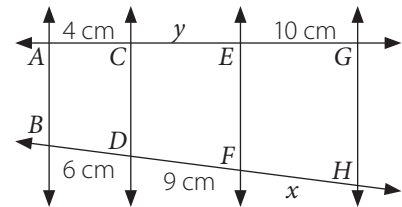
# Teorema de Tales

1. Determina si las siguientes expresiones son verdaderas o falsas. Justifica tus respuestas.

- a.  Si varias rectas son cortadas por dos secantes y los segmentos que se determinan sobre las secantes son proporcionales, entonces, las rectas son paralelas.  
\_\_\_\_\_
- b.  Si una recta interseca a dos lados de un triángulo y los divide en segmentos proporcionales, entonces, la recta es perpendicular al otro lado del triángulo.  
\_\_\_\_\_
- c.  Si  $\overline{MT}$ ,  $\overline{UN}$  y  $\overline{SV}$  son paralelas y  $\overline{MT}$  y  $\overline{TV}$  son secantes, entonces  $UV : TU = NS : MN$ .  
\_\_\_\_\_

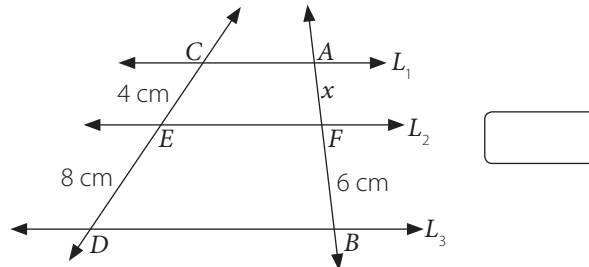
2. En la siguiente figura, se tiene que  $AB \parallel CD \parallel EF \parallel GH$ . Obsérvala y luego determina si las siguientes proporciones son verdaderas o falsas.

- a.   $\frac{AC}{BD} = \frac{DE}{CE}$
- b.   $\frac{CE}{EG} = \frac{DF}{FH}$
- c.   $\frac{AE}{EG} = \frac{BD}{DH}$
- d.   $\frac{AC}{CG} = \frac{BD}{DH}$
- e.   $\frac{AC}{AE} = \frac{DF}{DH}$
- f.   $\frac{CG}{CE} = \frac{DH}{FH}$

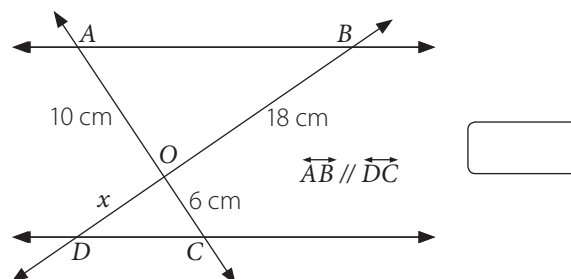


3. Utiliza el teorema de Tales para calcular cada medida.

a. Si  $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3$ , ¿cuál es la longitud del segmento  $\overline{AB}$ ?

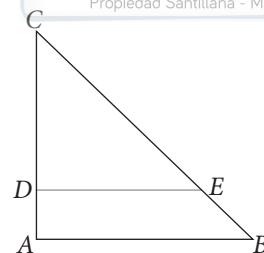


b. Si  $AB \parallel DC$ , ¿cuál es la longitud del segmento  $\overline{BD}$ ?



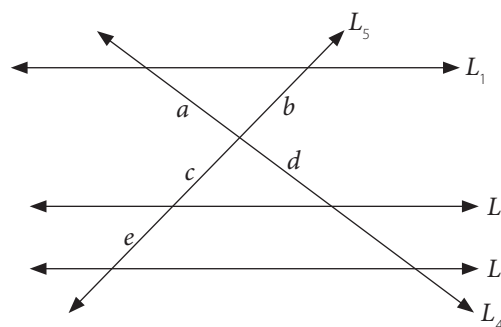
4. En el triángulo  $ABC$ , ¿con cuál de los siguientes conjuntos de medidas se cumple que  $AB \parallel CE$ ? Explica.

- I.  $CD = 20$  cm,  $DA = 5$  cm,  $CE = 24$  cm y  $EB = 6$  cm.
- II.  $CD = 18$  cm,  $DE = 6$  cm,  $CA = 21$  cm y  $AB = 7$  cm.
- III.  $CB = 30$  cm,  $EB = 4$  cm,  $CD = 21$  cm y  $DA = 3$  cm.

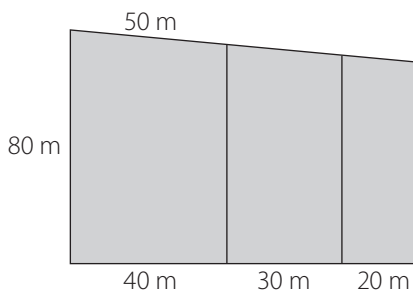


5. En la figura,  $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3$ . Determina si las siguientes proporciones son verdaderas o falsas.

- a.   $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$
- b.   $\frac{a}{f} = \frac{b}{c}$
- c.   $\frac{c}{e} = \frac{d}{f}$

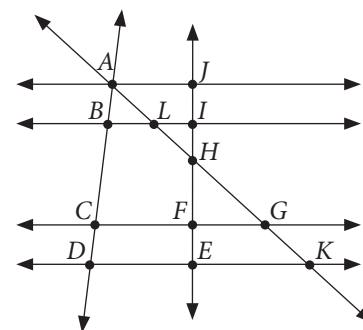


6. Determina el perímetro de un lote como el que se indica en la figura, si se sabe que se dividió en tres partes, por medio de perpendiculares a uno de sus lados.



7. Determina las longitudes pedidas si se sabe que  $\overline{AJ} \parallel \overline{BI}$ ,  $\overline{BI} \parallel \overline{CG}$ ,  $\overline{CG} \parallel \overline{DK}$ ,  $\overline{AB} = \overline{CD}$ ,  $AD = 32$  cm,  $IJ = 8$  cm,  $IF = 18$  cm,  $LG = 26$  cm.

- a.  $BC =$
- b.  $JE =$
- c.  $AB =$
- d.  $CD =$
- e.  $AK =$
- f.  $LK =$



## División proporcional de segmentos

1. Determina si las siguientes expresiones son verdaderas o falsas. Justifica tus respuestas.

a.  Al dividir el segmento  $\overline{AB}$  en razón 1, el punto de división es el punto medio de  $A$  y  $B$ .

---

b.  Al dividir el segmento  $\overline{AB}$  en razón 2, el punto de división está más cerca de  $A$  que de  $B$ .

---

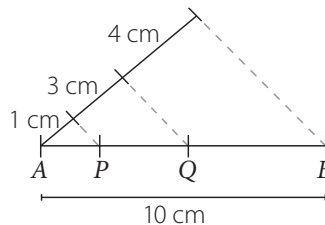
2. Dibuja un segmento de 7 cm de longitud y luego divídelo interiormente en dos segmentos cuyas longitudes estén en la razón 1 : 4.

3. A partir de la figura, ¿cuál es la medida de cada segmento?

a.  $m(\overline{AP}) =$

b.  $m(\overline{PQ}) =$

c.  $m(\overline{QB}) =$



4. Un segmento mide 120 cm y ha sido dividido interiormente por un punto  $Q$  en la razón 3 : 4. ¿Cuál es la medida del trazo de mayor longitud?

---

5. Un segmento  $\overline{AB}$  de 75 cm de longitud está dividido en razón 1 : 4 por un punto  $P$ . ¿Cuál es la diferencia entre las medidas de los segmentos  $\overline{AP}$  y  $\overline{PB}$ ?

---

6. Dibuja un segmento  $\overline{AB}$ .

a. Encuentra puntos  $C, D, E$  y  $F$  que dividan a  $\overline{AB}$  en razón  $\frac{1}{5}, \frac{6}{7}$  y  $\frac{5}{3}$ , respectivamente.

b. Si  $R$  divide al segmento  $\overline{AB}$  en la razón  $2 : 1$ , ¿de qué punto está más cerca?

c. Si  $Q$  divide al segmento  $\overline{AB}$  en la razón  $4 : 7$ , ¿de qué punto está más cerca?

7. La razón entre las longitudes de  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$  es  $5 : 3$ . Si  $\overline{AB}$  mide  $175$  cm, ¿cuál es la medida de  $\overline{CD}$ ?

---

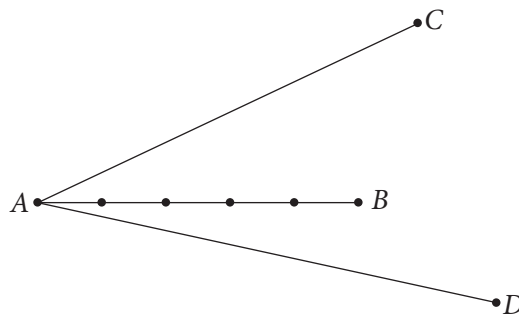
8. ¿Cuál es la medida de dos segmentos si se sabe que la diferencia entre sus medidas es  $14$  m, y la razón entre ellas es  $2$ ?

---

9. Al dividir un segmento de longitud  $32$  cm en dos segmentos de longitudes distintas, la razón entre las longitudes de los segmentos nuevos es  $7$ . ¿Cuánto miden los segmentos?

---

10. El segmento  $\overline{AB}$  está dividido en cinco partes iguales. Usa este segmento y el teorema de Tales para dividir los segmentos  $\overline{AC}$  y  $\overline{AD}$  en cinco partes iguales.



# Tema 4: Semejanza

## Semejanza de figuras

1. Determina si las siguientes proposiciones son verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

a.  Dos triángulos rectángulos siempre son semejantes.

---

b.  Todos los triángulos rectángulos isósceles son semejantes.

---

c.  Si dos triángulos son semejantes, entonces son triángulos equiláteros.

---

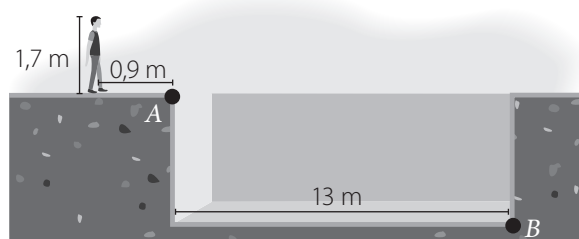
d.  Si dos triángulos son semejantes y uno de ellos es escaleno, entonces, el otro triángulo también es escaleno.

---

2. Dos triángulos rectángulos semejantes son tales que, en el primero, la medida del cateto mayor es 28 cm y su área es  $294 \text{ cm}^2$  y, en el segundo, la medida del cateto menor es 12 cm y su área es de  $96 \text{ cm}^2$ . ¿Cuál es la razón de semejanza?

---

3. Calcula la profundidad del pozo sabiendo que, situado de pie a 0,9 m del borde y mirando desde 1,70 m de altura, Jorge ve los puntos A y B en línea recta.



4. *La Gioconda*, de Leonardo da Vinci, es una de las pinturas más famosas del mundo. Actualmente se encuentra en una sala del Museo del Louvre, en París, bajo condiciones especiales de temperatura y humedad con el fin de preservarla. Sus dimensiones son 77 cm de largo por 53 cm de ancho.

a. Una de las reproducciones a escala de *La Gioconda* tiene 7 cm de largo. Aproximadamente, ¿cuánto mide el ancho de la reproducción?

---

b. Un cartel publicitario tiene una imagen ampliada de *La Gioconda*. Si la razón de semejanza de la ampliación respecto de la original es de 5,6, ¿cuál es el área de la reproducción?

---

5. Rocío sacó una fotocopia en ampliación y una en reducción de una bandera triangular. En la figura original, los lados de la bandera miden 8 cm, 9 cm y 12 cm. En la reducción, el lado correspondiente al de 8 cm mide 6 cm, y en la ampliación, el lado correspondiente a ese mismo segmento mide 16 cm.

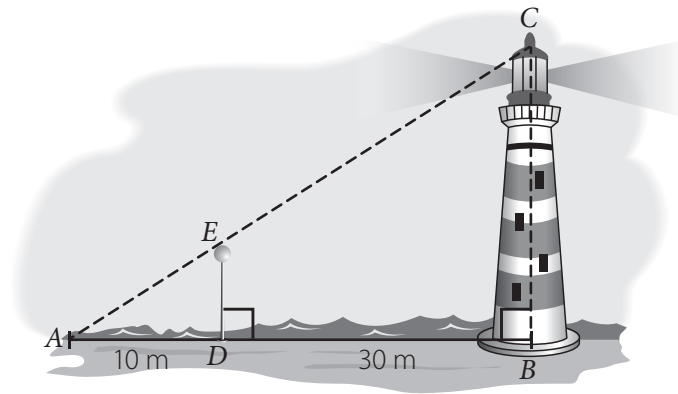
a. ¿Cuál es la medida de cada lado de los 2 triángulos obtenidos?

---

b. ¿Cuál fue el porcentaje de reducción y de ampliación que aplicó Rocío?

---

6. Determina la altura del faro si  $\overline{AB}$  es su sombra a las 9:00 y  $\overline{AD}$  es la sombra del poste de 6 m de alto, a la misma hora.




---

7. Resuelve los siguientes problemas.

a. Los perímetros de dos triángulos isósceles y semejantes son 48 cm y 600 mm. Si el lado desigual del triángulo mayor mide 25 cm, ¿cuánto miden los otros lados de este triángulo y los tres lados del triángulo menor?

---

b. Si la razón de semejanza de dos triángulos rectángulos semejantes es de 1,8, ¿en qué razón se encuentran sus perímetros? ¿Y sus áreas?

---

c. A una fotografía de 13 cm de ancho por 20 cm de alto se le saca una ampliación en la que el alto mide 50 cm. ¿Cuánto mide el ancho de la fotografía ampliada?

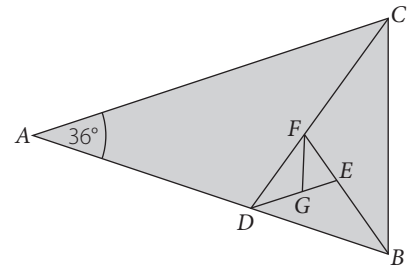
---

d. La distancia real entre dos ciudades es 250 km. ¿A qué distancia deben encontrarse en un mapa hecho a escala 1 : 2 000 000?

---

## Criterios de semejanza

1. Considera que todos estos triángulos son isósceles,  $\overline{CD}$  es bisectriz de  $\sphericalangle BCA$  y  $\overline{DE}$ ,  $\overline{BF}$  y  $\overline{FG}$  son bisectrices de  $\sphericalangle FDB$ ,  $\sphericalangle DBC$  y  $\sphericalangle EFD$ , respectivamente.



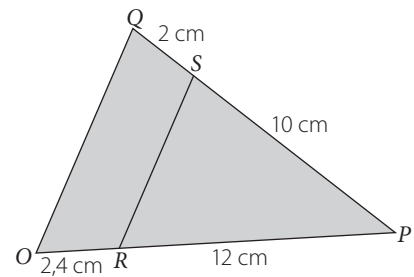
a. ¿Cuáles triángulos son semejantes al triángulo  $ABC$ ? ¿Por qué?

---

b. ¿Cuáles triángulos son semejantes al triángulo  $BCF$ ? ¿Por qué?

---

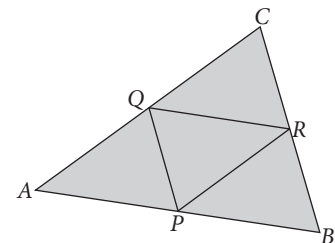
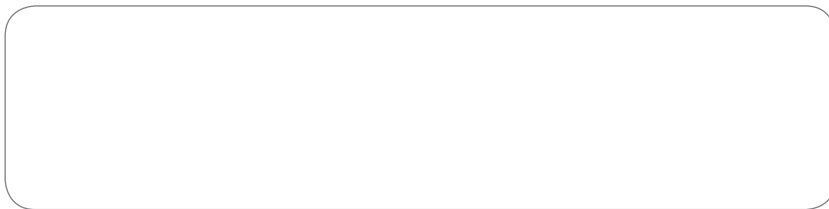
2. A partir de la figura, demuestra que  $\triangle OPQ \sim \triangle RPS$ .



a. ¿Cuál es la razón de semejanza de los triángulos?

b. Si  $m(\sphericalangle POQ) = 65^\circ$  y  $m(\sphericalangle SPR) = 45^\circ$ , ¿cuánto mide  $\sphericalangle RSP$ ?

3. En el triángulo  $ABC$  de la figura,  $P$ ,  $Q$  y  $R$  son los puntos medios de los segmentos  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$  y  $\overline{BC}$ , respectivamente. Demuestra que  $\triangle RQP \sim \triangle ABC$ .



4. Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

a.  Si dos triángulos rectángulos tienen uno de sus ángulos agudos congruentes, entonces son semejantes por criterio AA.

---

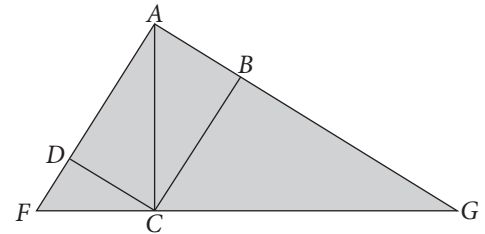
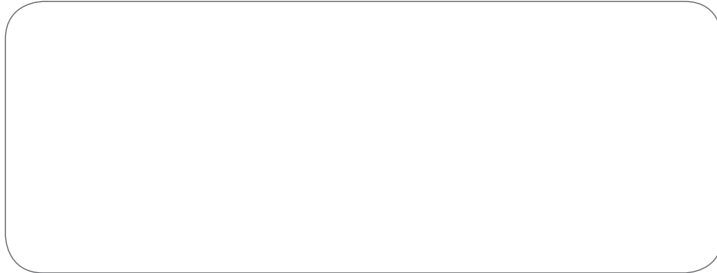
b.  Para que dos triángulos sean semejantes según el criterio LLL, debe cumplirse que sus lados correspondientes sean congruentes.

---

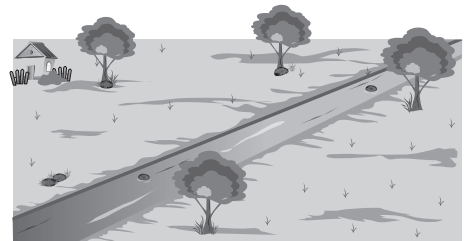


## Teoremas de Euclides

1. En la figura, el polígono  $ABCD$  es un rectángulo, tal que  $\overline{AC}$  es perpendicular a  $\overline{FG}$ . Demuestra que el área del rectángulo es igual a  $\sqrt{DF \cdot AD \cdot AB \cdot BG}$ .



2. Una parcela rectangular que mide 150 m de ancho y 250 m de largo es cruzada diagonalmente por un río. Su dueño necesita construir una casa en uno de los vértices del terreno, además de un puente sobre el río. Si desea que el puente esté lo más cercano posible a su casa:



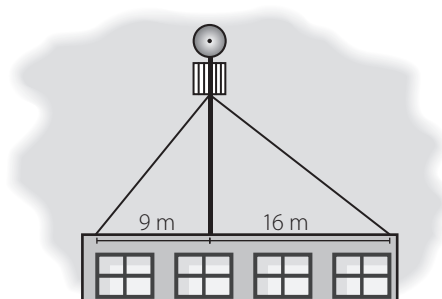
- ¿En qué punto sobre el río lo construirá? Márcalo en el dibujo.
  - ¿A qué distancia de su casa estará el puente?
3. La medida de la diagonal de un rectángulo mide 34 cm y sus lados están en razón 15 : 8. ¿Cuál es el área del rectángulo?

---

4. En un triángulo rectángulo, una altura interseca a la hipotenusa, definiendo dos segmentos de longitudes 25 cm y 4 cm. ¿Cuál es la longitud de la altura?

---

5. Si los cables que sostienen la antena forman un ángulo recto entre ellos, ¿cuánto mide cada cable?




---



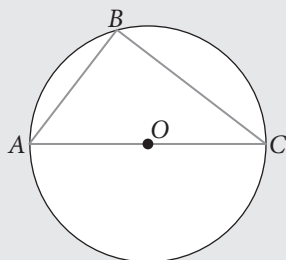
---

**Marca la opción correcta.**

- El número  $\pi$  se define como la razón:
  - Entre el perímetro de un círculo y su diámetro.
  - Entre el perímetro de un círculo y su radio.
  - Entre el diámetro de un círculo y su perímetro.
  - Entre el radio de un círculo y su diámetro.

- En la figura  $AB = 5$  cm y  $AC = 10$  cm. ¿Cuánto mide el arco  $CB$ ?

- $5\pi$  cm
- $\frac{5}{3}\pi$  cm
- $\frac{10}{3}\pi$  cm
- Falta información.

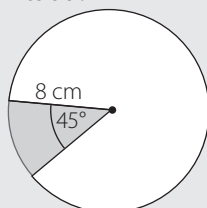


- El radio basal y la altura de un cono recto miden, respectivamente, 5 cm y 12 cm. ¿Cuál es el área del manto de este cono?

- $65\pi$  cm<sup>2</sup>
- $90\pi$  cm<sup>2</sup>
- $180\pi$  cm<sup>2</sup>
- $200\pi$  cm<sup>2</sup>

- ¿Cuál es el área de la región pintada?

- $16\pi$  cm<sup>2</sup>
- $2\pi$  cm<sup>2</sup>
- $4\pi$  cm<sup>2</sup>
- $8\pi$  cm<sup>2</sup>



- Si en un cono recto la altura mide 4 cm y su generatriz mide 5 cm, ¿cuál es su volumen?

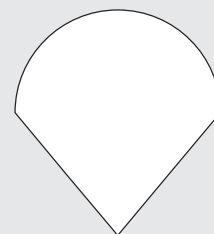
- 37,68 cm<sup>3</sup>
- 47,1 cm<sup>3</sup>
- 113,04 cm<sup>3</sup>
- 141,3 cm<sup>3</sup>

- ¿Cuál es el volumen de un cono si el diámetro basal mide 18 cm y su altura 25 cm? Usa  $\pi \approx 3,14$ .

- 236 cm<sup>3</sup>
- 1 413 cm<sup>3</sup>
- 2 120 cm<sup>3</sup>
- 8 478 cm<sup>3</sup>

- La siguiente figura está formada por un triángulo equilátero y un semicírculo de 21 cm de radio. ¿Cuál es su perímetro? Considera  $\pi \approx \frac{22}{7}$ .

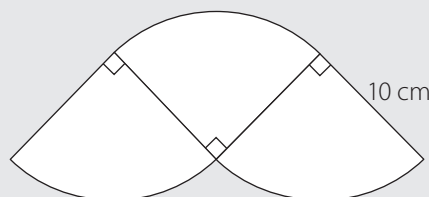
- 108 cm
- 132 cm
- 140 cm
- 150 cm



- El volumen de un cono recto es 1 004,8 cm<sup>3</sup> y su área basal es 200,96 cm<sup>2</sup>. ¿Cuánto mide su altura?

- 15 cm
- 5 cm
- 1,7 cm
- 45 cm

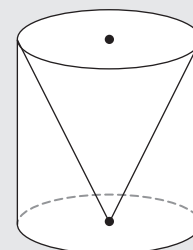
- La figura está hecha con tres sectores circulares. ¿Cuál es su área (aproximada a un decimal)? Considera  $\pi \approx 3,14$ .



- 78,5 cm<sup>2</sup>
- 157,5 cm<sup>2</sup>
- 235,5 cm<sup>2</sup>
- 314,5 cm<sup>2</sup>

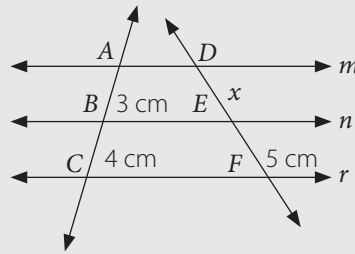
- Si el radio del cilindro recto mide 10 cm y su altura mide 24 cm, ¿cuánto mide el área total del cono recto?

- 62,8 cm<sup>2</sup>
- 816,4 cm<sup>2</sup>
- 1 130,4 cm<sup>2</sup>
- 2 135,2 cm<sup>2</sup>



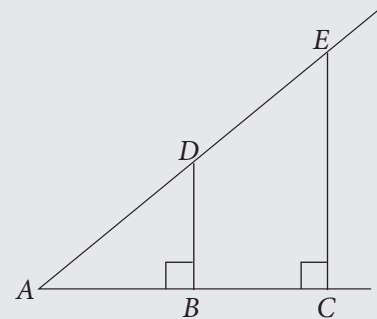
11. En la siguiente figura,  $m \parallel n \parallel r$ . ¿Cuál es el valor de  $x$ ?

- A. 3,75 cm
- B. 5,25 cm
- C. 4,70 cm
- D. 3,25 cm



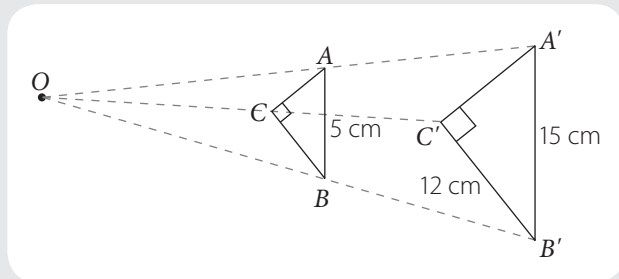
12. En la figura,  $AC = 14$  cm,  $AE = 21$  cm y  $AD : DE = 4 : 3$ . ¿Cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas?

- I.  $DB : EC = 4 : 3$
  - II.  $AD + BC = 18$  cm
  - III.  $DB = \sqrt{80}$  cm
- A. Solo I.
  - B. Solo I y II.
  - C. Solo II y III.
  - D. I, II y III.



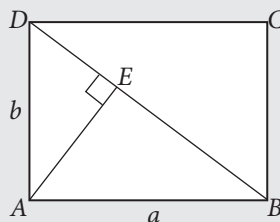
13. En la figura, el triángulo  $A'B'C'$  corresponde a la imagen resultante luego de aplicar una homotecia con centro en  $O$  al triángulo  $ABC$ . ¿Cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones es o son verdaderas?

- I. La razón de homotecia es 15.
  - II. El área de  $\triangle ABC$  es  $12$  cm<sup>2</sup>.
  - III. La longitud de  $A'C'$  es 9 cm.
- A. Solo III.
  - B. Solo I y II.
  - C. Solo I y III.
  - D. I, II y III.



14. En el rectángulo de la figura,  $a : b = 4 : 3$  y la diagonal  $BD$  mide 10 cm. ¿Cuánto mide  $\overline{AE}$ ?

- A. 4,2 cm
- B. 4,8 cm
- C. 6,3 cm
- D. 8,2 cm



15. Un segmento  $\overline{AB}$  de 27 cm de longitud está dividido interiormente por un punto  $P$  en la razón  $6 : 3$ . ¿Cuáles son las longitudes de los segmentos  $\overline{AP}$  y  $\overline{PB}$ ?

- A.  $AP = 3$  cm y  $PB = 6$  cm.
- B.  $AP = 9$  cm y  $PB = 18$  cm.
- C.  $AP = 6$  cm y  $PB = 3$  cm.
- D.  $AP = 18$  cm y  $PB = 9$  cm.

## Preguntas de selección múltiple

16. La medida de la altura de un cono recto es igual al triple del radio basal. ¿Cuál es su volumen?

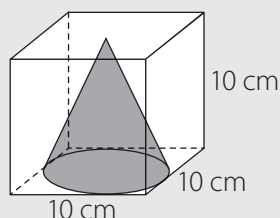
- A.  $\frac{1}{3} \pi r^3$
- B.  $\pi r^3$
- C.  $3\pi r^3$
- D.  $9 r^3$

17. La altura de un cono mide 5 cm. Para que su volumen sea  $50\pi \text{ cm}^3$ , ¿cuánto debe medir su radio basal, aproximadamente?

- A. 4,52 cm
- B. 5,48 cm
- C. 6,23 cm
- D. 12,46 cm

18. ¿Cuál es el volumen comprendido entre el cubo y el cono de la figura, aproximadamente?

- A.  $738 \text{ cm}^3$
- B.  $821 \text{ cm}^3$
- C.  $684 \text{ cm}^3$
- D.  $261 \text{ cm}^3$



19. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

- A. Todos los rectángulos son semejantes.
- B. Las figuras que tienen el mismo tamaño pero distinta forma son consideradas semejantes.
- C. Dos círculos de diferente radio no son semejantes.
- D. Todos los triángulos equiláteros son semejantes.

20. Un punto  $P$  divide interiormente al segmento  $\overline{AB}$ , donde  $AB = 12 \text{ cm}$ . Si  $AP : PB = 1 : 3$ , ¿cuánto mide  $AP$ ?

- A. 3 cm
- B. 4 cm
- C. 6 cm
- D. 8 cm

21. Los pentágonos regulares  $ABCDE$  y  $FGHIJ$  son semejantes y el perímetro de  $FGHIJ$  es 84 cm. Si la razón entre las medidas de  $\overline{HI}$  y  $\overline{CD}$  es  $1 : 4$ , ¿cuál es el perímetro del pentágono  $ABCDE$ ?

- A. 21 cm
- B. 84 cm
- C. 105 cm
- D. 336 cm

22. Un segmento  $\overline{AB}$  de 7 cm está dividido interiormente por un punto  $P$  en la razón  $2 : 3$ . ¿Cuál es la longitud de  $AP$  y  $PB$ , respectivamente?

- A. 1,4 cm y 4,2 cm
- B. 1,4 cm y 2,8 cm
- C. 2,8 cm y 4,2 cm
- D. 2,8 cm y 7 cm

23. A cierta hora, un árbol que mide 5 m proyecta una sombra de 7 m. A esa misma hora, otro árbol proyecta una sombra que mide 16 m. ¿Cuánto mide su altura?

- A. 2,2 m
- B. 10,5 m
- C. 11,4 m
- D. 22,4 m

24. En un triángulo rectángulo, las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa miden respectivamente 9 cm y 16 cm, ¿cuánto miden los catetos?

- A. 15 cm y 20 cm.
- B. 10 cm y 15 cm.
- C. 6 cm y 8 cm.
- D. 20 cm y 25 cm.

25. En un plano del colegio, la distancia entre el casino y la biblioteca es de 8 cm. Si la distancia real entre dichos lugares es 200 m, ¿cuál es la escala del plano?

- A.  $1 : 20$
- B.  $1 : 250$
- C.  $1 : 2\,500$
- D.  $4 : 100$

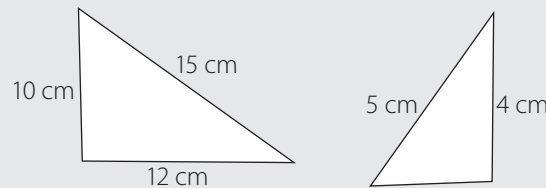
26. ¿Qué características tienen dos polígonos que son semejantes?

- I. Los ángulos correspondientes son congruentes.
- II. Los ángulos correspondientes son complementarios.
- III. Los lados correspondientes son perpendiculares.
- IV. Los lados correspondientes son proporcionales.

- A. Solo I y III.
- B. Solo II y III.
- C. Solo I y IV.
- D. Solo II y IV.

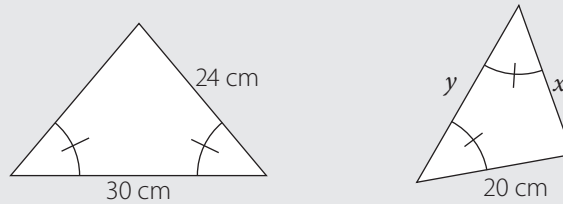
27. ¿Qué criterio de semejanza se puede usar para verificar que los dos triángulos son semejantes?

- A. AA
- B. LLL
- C. ALA
- D. LAL



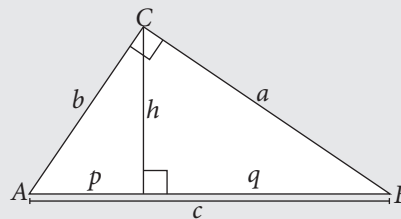
28. Si los triángulos de la figura son semejantes, ¿cuáles son los valores de  $x$  e  $y$ , respectivamente?

- A. 20 m y 24 m
- B. 25 m y 24 m
- C. 20 m y 25 m
- D. 25 m y 20 m



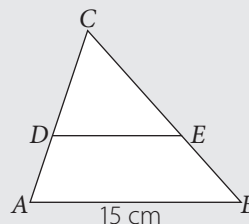
29. A partir de la figura, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **incorrecta**?

- A.  $a^2 + b^2 = c^2$
- B.  $h^2 = p \cdot q$
- C.  $h = \frac{a \cdot b}{c}$
- D.  $b^2 = q \cdot c$



30. En la figura, el área del triángulo  $ABC$  es  $90 \text{ cm}^2$  y  $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ . ¿Cuál es el área del trapecio  $ABED$ ?

- A.  $12,5 \text{ cm}^2$
- B.  $20 \text{ cm}^2$
- C.  $25 \text{ cm}^2$
- D.  $50 \text{ cm}^2$

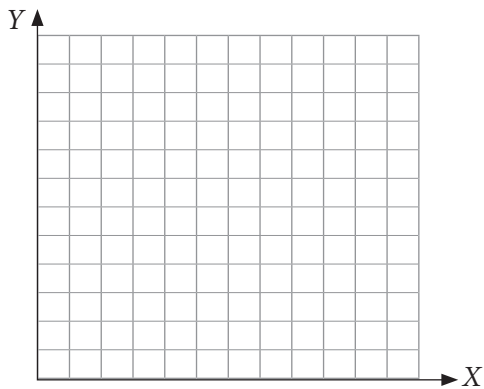


## Tema 1: Comparación de muestras

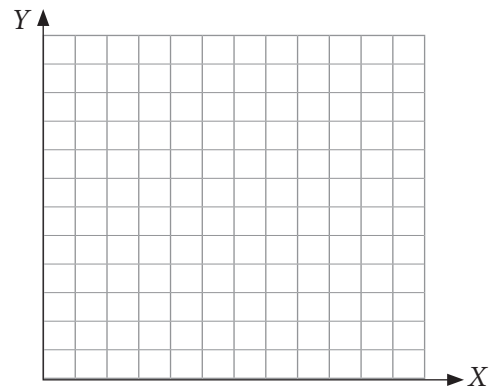
### Relación entre dos variables cuantitativas

1. Representa los siguientes datos como nube de puntos. Luego, determina si los puntos siguen algún patrón o parecen ser distribuidos al azar.

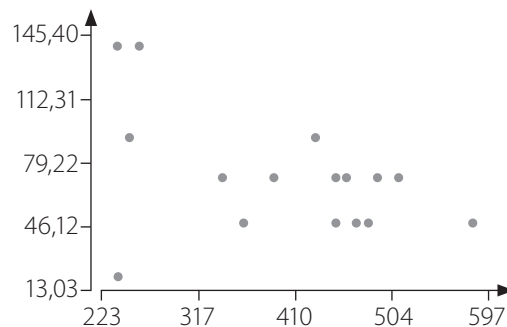
a.  $\{(2, 0), (11, 2), (4, 9), (5, 3), (9, 6), (10, 0), (3, 9)\}$



b.  $\{(0, 0), (1, 2), (1, 4), (6, 6), (8, 7), (11, 1), (0, 1)\}$



2. Observa la siguiente gráfica de dispersión y luego responde.



- Traza en el diagrama la recta que tú crees que representa mejor la media de los datos.
- Identifica los puntos que corresponden a puntos aislados o atípicos, encerrándolos en un círculo.
- ¿En qué sector del diagrama se concentran, si es que existen, los puntos aislados o atípicos?

d. De acuerdo a lo hecho en las partes anteriores, ¿qué puedes concluir?

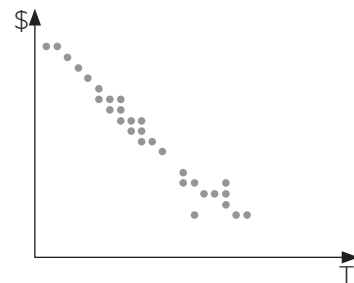
3. Un estudio busca evidenciar que existe una relación entre la temperatura y lo que una persona gasta calefaccionando su casa. Para ello, fue todos los días de un mes de invierno a preguntar cuánto había gastado en calefacción el día anterior y con ello obtuvo la siguiente gráfica de Temperatura vs Gasto. De acuerdo a la gráfica.

a. ¿Crees que existe alguna relación entre la temperatura y al gasto? Explica.

---

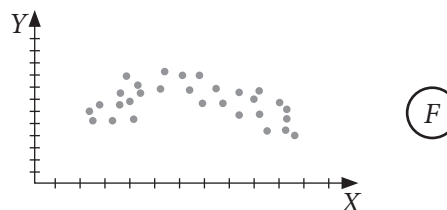
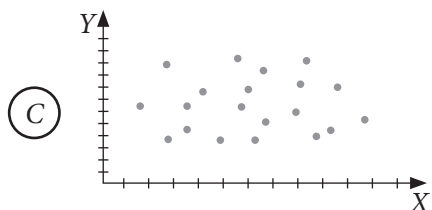
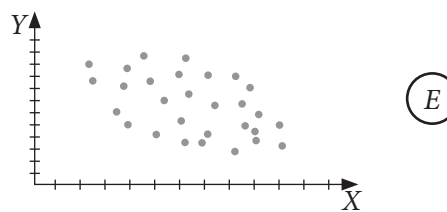
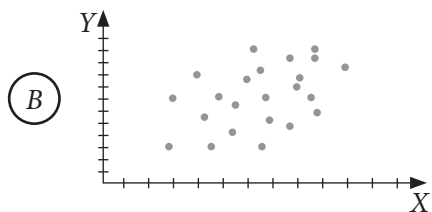
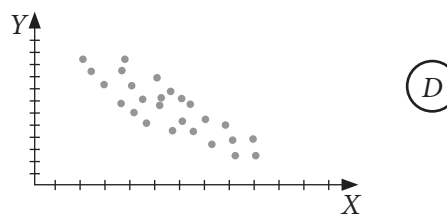
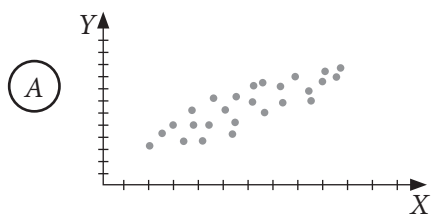


---



b. Representa mediante una recta esta relación, si es que existe.

4. Observa los diagramas de dispersión, luego traza, en cada uno, la recta que mejor lo represente.



a. Identifica en cuáles de los gráficos se tiene algún grado de correlación.

---

b. Identifica en cuál de los gráficos se observa alguna relación pero no es lineal.

---

c. ¿Algunas de las gráficas parecen ser completamente aleatorias?

---

## Relación entre dos variables cualitativas

1. En la siguiente tabla se cuentan las preferencias entre mascotas, según la zona de Chile donde viven. Completa la tabla si las personas que prefieren a los perros son 15, en la zona centro viven 12 personas y la cantidad total de personas encuestadas es 40.

	Perro	Gato	Loro
Norte	3		9
Centro		7	
Sur	8	4	1

2. Pregunta a 10 de tus compañeros o compañeras cuántos hermanos tiene.

- a. Completa la tabla con las respuestas de tus compañeros o compañeras.

	Tiene 2 o menos hermanos	Tiene más de 2 hermanos
Hombre		
Mujer		

- b. ¿Cuál es la probabilidad de que una compañera tenga más de 2 hermanos?
- c. ¿Cuál es la probabilidad que tu compañero(a) tenga dos o menos hermanos?
- d. Repite la encuesta pero ahora preguntando a 15 y luego a 20 compañeros. ¿Cambian las probabilidades que calculaste antes? ¿Por qué?

3. Un hospital realizó un estudio donde encuestó a 500 pacientes que han sufrido un ataque cardíaco, y les preguntaron cuántos cigarrillos fumaba antes de su ataque y cuán grave fue. Los resultados se muestran en la siguiente tabla.

	Leve	Moderado	Grave	Muy Grave
No fuma	40	10	15	5
0 a 7 cigarrillos	30	10	15	25
8 a 13 cigarrillos	15	25	30	40
13 a 20 cigarrillos	5	15	35	60
Más de 20 cigarrillos	0	10	45	70

- a. ¿Cuántas personas tuvieron un ataque cardíaco leve?
- b. ¿Cuántas personas fumaban más de 20 cigarrillos?
- c. ¿Cuántas personas tuvieron un ataque cardíaco grave y fumaban entre 8 y 20 cigarrillos?
- d. ¿Se observa alguna relación entre la cantidad de cigarrillos y la gravedad del ataque cardíaco?



4. En un centro de salud se quiso estudiar la relación entre la depresión y el tabaquismo de algunos de sus pacientes. La tabla muestra los resultados de una encuesta que se les realizó.

	Tabaquismo		Depresión	
	Sí	No	Sí	No
1		X	X	
2		X		X
3	X			X
4		X		X
5		X	X	
6	X			X
7	X			X
8		X		X
9	X			X
10	X		X	

	Tabaquismo		Depresión	
	Sí	No	Sí	No
11	X			X
12	X			X
13		X		X
14		X		X
15		X		X
16		X	X	
17		X		X
18		X		X
19	X		X	
20		X	X	

- a. Construye una tabla de doble entrada para representar las frecuencias absolutas de los datos obtenidos por el estudio y otra con las frecuencias relativas.

- b. ¿Cuántas personas sufren de tabaquismo? ¿Cuántas de depresión?

---

- c. ¿Qué porcentaje de las personas que sufren depresión, también sufren tabaquismo?

---

- d. ¿Es más probable que una persona que sufra de tabaquismo, sufra también de depresión, o no? Justifica tu respuesta.

---



---

- e. ¿Dirías que el tabaquismo y la depresión tienen relación? Justifica tu respuesta.

---



---

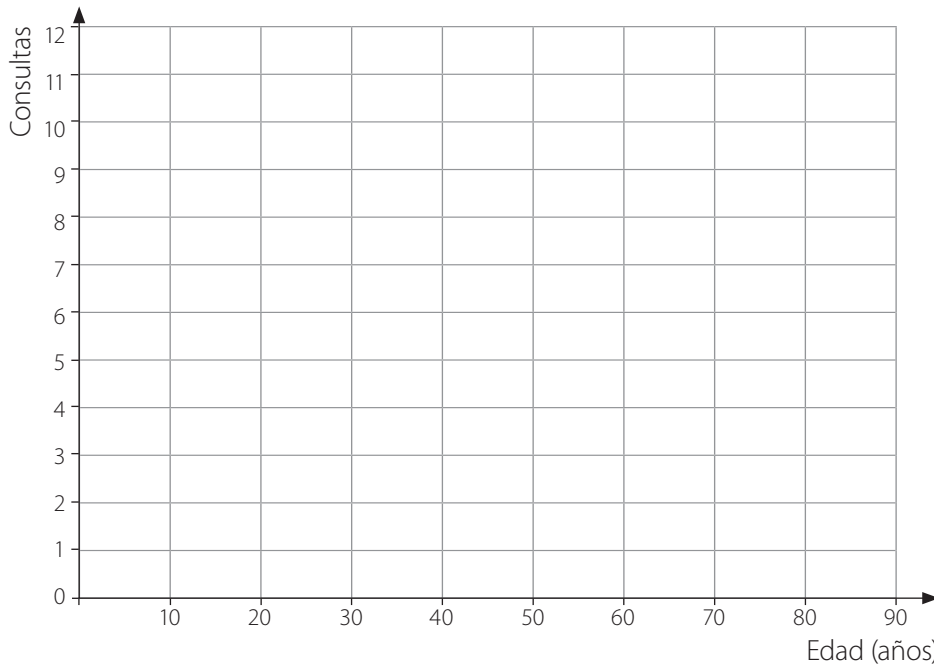
## Comparación de dos poblaciones

1. En un hospital se registró la edad de 10 mujeres y 10 hombres que fueron atendidos y la cantidad de consultas que cada uno hizo en el último año.

Mujer	Edad	Consultas
1	10	7
2	15	6
3	18	2
4	23	0
5	48	1
6	64	8
7	81	12
8	37	2
9	40	1
10	45	1

Hombre	Edad	Consultas
1	11	5
2	13	3
3	17	1
4	25	0
5	37	1
6	43	1
7	84	9
8	67	7
9	38	2
10	29	1

- a. Grafica –con distintos colores– los puntos que corresponden a la edad vs las consultas de mujeres y hombres.



- b. ¿Qué conclusiones –la correlación, puntos atípicos, etcétera– puedes obtener a partir de la gráfica?

---



---



---

2. Se midió la glicemia a 10 hombres y 10 mujeres, pacientes de un consultorio. Los resultados de la medición se muestran en la tabla junto con la edad de cada uno.

Mujer	Edad	Glicemia
1	38	106
2	42	92
3	37	76
4	31	76
5	32	70
6	22	72
7	27	88
8	39	96
9	32	96
10	32	76

Hombre	Edad	Glicemia
1	59	102
2	45	88
3	52	93
4	46	84
5	52	74
6	53	92
7	44	106
8	44	74
9	43	101
10	62	95

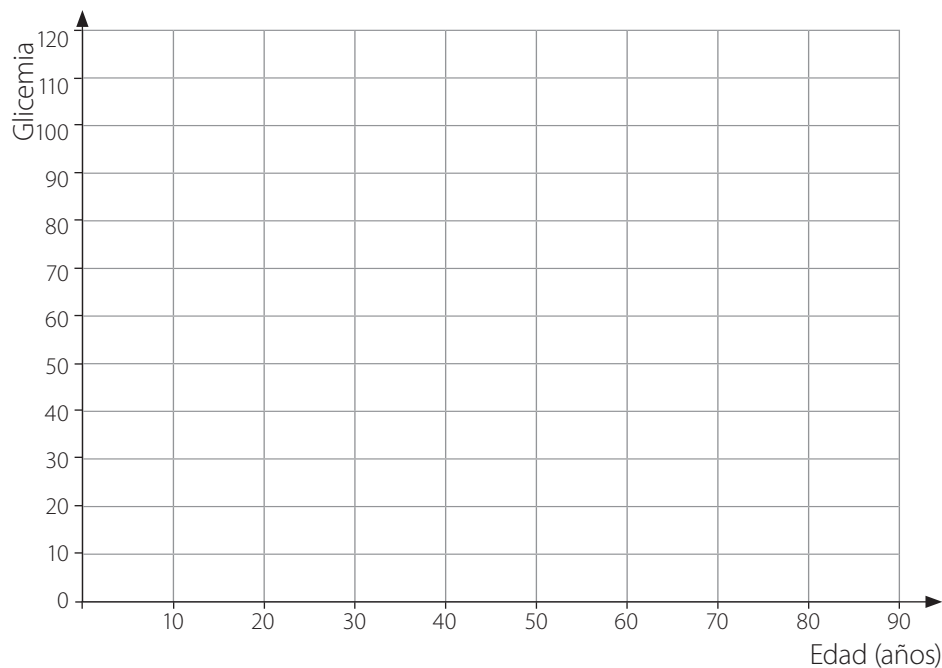
- a. Compara la edad de cada grupo y luego la glicemia. Escribe tus conclusiones.

---



---

- b. Grafica la relación Edad-Glicemia de hombres (●) y mujeres (○).



- c. ¿Qué conclusiones sobre la relación Edad-Glicemia de hombres y mujeres (la correlación y puntos atípicos) puedes obtener a partir de la gráfica?

---



---

# Tema 2: Propiedades de la probabilidad

## Unión e intersección de eventos

1. Describe el espacio muestral en las siguientes situaciones.

a. Lanzamiento de tres monedas.

---

b. Lanzamiento de dos dados.

---

c. Lanzamiento de un dado y una moneda.

---

d. Se lanza una moneda: Si sale cara se lanza un dado y en caso de sello, se lanza nuevamente una moneda.

---

2. Si se tienen los dígitos  $\{0, 1, 2, 3\}$ , ¿cuántos números de tres cifras distintos se pueden formar:

a. sin repetir los números?

b. si se permite repetición?

3. Se encuestó a 50 niños, preguntando si les gusta leer o jugar, o ambos. Los resultados fueron que a 15 niños les gusta jugar y leer, a 40 les gusta jugar y a 25 les gusta leer.

a. ¿A cuántos niños les gusta jugar pero no leer?

b. ¿A cuántos niños les gusta solo leer?

c. ¿Cuál es la probabilidad de que a un niño le guste leer?

d. ¿Cuál es la probabilidad de que a un niño le gusten ambas actividades?

4. Si se lanza dos veces un dado y se registran los valores obtenidos en cada uno.

a. Describe el espacio muestral.

---

b. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un par que sume 5?

c. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un par que sume a lo más 5?

d. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un par que sume más de 10?

5. En una universidad se requiere formar una comisión, y para ello realiza un concurso público solicitando 3 profesores de matemática, 2 de lenguaje y 3 de ciencias. Postularon 5 profesores de matemática, 3 de lenguaje y 3 de ciencias y luego de evaluados los candidatos, se determinó que todos son igualmente competentes y que se escogerá al azar quienes serán los contratados.

a. ¿Existe algún componente aleatorio en esta situación? ¿Cuál es?

---

b. Asigna una letra distinta a cada profesor, y determina todas las posibles combinaciones de profesores que pueden ser elegidos para el trabajo.

---

c. El conjunto que se describe en la parte anterior, ¿cómo se denomina?

---

d. Determina todas las formas de elegir a los profesores de matemática, de lenguaje y de ciencias, pero esta vez por separado.

---

e. ¿Se pueden obtener los eventos de la parte b. a partir de la unión y/o intersección de los eventos obtenidos en d. ?

---

6. Se encuestó a 50 personas acerca de sus preferencias por tres productos de aseo personal:  $A$ ,  $B$  y/o  $C$ , y sus respuestas se resumen en el siguiente diagrama de Venn.

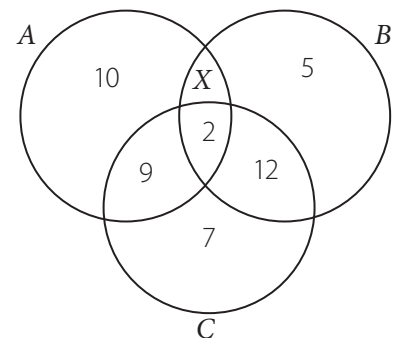
a. ¿Cuánto es el valor de  $X$ ?

b. ¿Cuántas personas prefieren el producto  $A$ ?

c. ¿Cuántas personas prefieren el producto  $A$  o  $C$ ?

d. ¿Cuántas personas no prefieren el producto  $C$ ?

e. ¿Cuál es el producto que más prefiere la gente?



7. Explica con palabras, en qué consisten los conceptos de:

a. Unión de eventos.

---

b. Intersección de eventos.

---

## Reglas aditivas de la probabilidad

1. A María se le entregan cuatro tarjetas con las letras  $A$ ,  $N$ ,  $C$  y  $E$  impresas en ellas, y se le pide que forme una palabra con ellas (con o sin sentido). ¿Cuál es la probabilidad de que esta palabra:

- a. empiece con la letra  $A$ ?
- b. empiece con la letra  $C$  o  $E$ ?
- c. empiece con la letra  $N$  o termine con la letra  $A$ ?
- d. empiece o termine con la letra  $C$ ?

2. Supón que se lanza un dado no cargado de 6 caras y se consideran los siguientes eventos:

- $A$ : Se obtiene un puntaje mayor o igual a 4.
- $B$ : Se obtiene un puntaje menor a 5.

a. Escribe los elementos de cada evento.

---

b. ¿Cuál es la probabilidad de cada uno?  $P(A) =$    $P(B) =$

c. Escribe el evento unión e intersección.

---

d. Calcula las siguientes probabilidades.  $P(A \cup B) =$    $P(A \cap B) =$

e. Comprueba que se cumple la propiedad  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ .

---

f. Observa qué sucede si no se considera el evento intersección en la expresión anterior y explica por qué se transforma en un absurdo.

---

3. En el diagrama,  $A$ ,  $B$  y  $C$  denotan 3 eventos.

a. Al unir los eventos, ¿qué secciones en el diagrama se están contabilizando más de una vez?

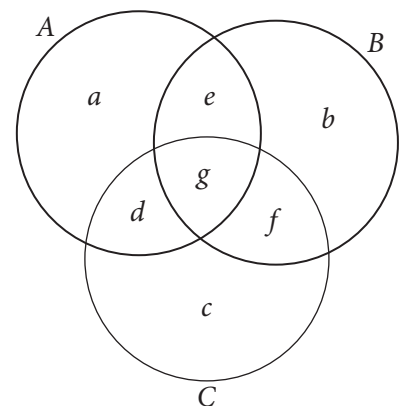
---

b. Si quitamos los eventos contabilizados más de una vez, ¿qué evento se pierde?

---

c. En términos de las probabilidades de  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $A \cap B$ ,  $A \cap C$ ,  $B \cap C$  y  $A \cap B \cap C$ , ¿cuánto es  $P(A \cup B \cup C)$ ?

---



4. Para un estudio de salud se entrevistó al azar a personas de una población y se midió su masa corporal. Algunos resultados se muestran en la tabla.

Estado nutricional	Género		
	Hombres	Mujeres	Ambos géneros
Normal	22	6	
Bajo peso	0	0	
Sobrepeso	28	13	
Obesos	19	17	
Total	69	36	

- a. Completa la tabla.  
b. ¿Cuántas personas fueron entrevistadas?

---

Responde las siguientes preguntas considerando que la muestra es representativa de la población.

- c. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona de la población sea obesa?

---

- d. ¿Cuál es la probabilidad de que el estado nutricional de una mujer sea **Bajo peso** o **Normal**?

---

- e. ¿Cuál es la probabilidad de que el estado nutricional de un hombre sea **Sobrepeso** u **Obeso**?

---

5. Lee la situación y responde.

En una encuesta aplicada a 30 empresarios que asistieron a un foro internacional sobre nuevas tecnologías, se encontró que 15 de ellos hablaban español; 18, inglés; 8, español e inglés, y el resto no hablaba ninguno de los dos idiomas. Entre los 30 asistentes se sorteó una beca para un curso de actualización en tecnología.

- a. ¿Cuál es la probabilidad de que la persona becada hable español?

---

- b. ¿Cuál es la probabilidad de que la persona seleccionada hable solo inglés?

---

- c. ¿Cuál es la probabilidad de que la persona seleccionada hable español o inglés?

---

- d. ¿Cuál es la probabilidad de que la persona seleccionada no hable inglés?

---

## Reglas multiplicativas de la probabilidad

1. Marca con un  o una  si los siguientes pares de sucesos son dependientes o independientes, respectivamente. Justifica tu respuesta.

a.  De una baraja inglesa, extraer un as y sacar una carta roja.

---

b.  De una baraja inglesa, extraer un corazón y sacar una carta roja.

---

c.  En el lanzamiento de dos dados, obtener siete puntos y obtener dos números iguales.

---

d.  En el lanzamiento de un dado, sacar un número primo y sacar un número menor que 3.

---

2. Un hombre asiste a una cita a ciegas y solo sabe que la persona tiene el cabello de color café claro. Al ingresar en el restaurante, observa que en tres mesas hay una persona, sin compañía, con esa característica, y escoge al azar a una de ellas, si no es su cita, escoge al azar entre las restantes. Dados los eventos:

- $A$ : La primera elección es incorrecta.
- $B$ : La segunda elección es correcta.

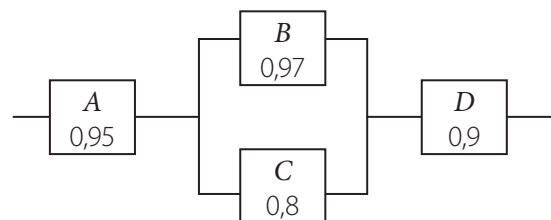
¿Son independientes? ¿Por qué?

---

3. En un aeropuerto, la probabilidad de que un vuelo programado salga a tiempo es  $P(D) = 0,83$ ; de que llegue a tiempo es  $P(A) = 0,82$ ; y de que salga y llegue a tiempo es  $P(D \cap A) = 0,78$ . Calcula la probabilidad de que un avión:

- a. llegue a tiempo, dado que salió a tiempo.
- b. haya salido a tiempo, dado que llegó a tiempo.
- c. llegue a tiempo, dado que no salió a tiempo.
- d. no haya salido a tiempo, dado que llegó a tiempo.

4. En el siguiente diagrama de un sistema eléctrico se detallan las probabilidades de funcionamiento de cada componente. Para que el sistema funcione, deben estar activas las componentes  $A$ ,  $D$ , y al menos una de las componentes  $B$  y  $C$ . Si los componentes fallan de forma independiente, ¿cuál es la probabilidad de que el sistema funcione?




---



5. En una urna hay 5 bolas numeradas del 1 al 5. Se extraen dos, una después de la otra, sin reposición para formar un número de dos cifras. Construye un diagrama de árbol con los posibles resultados y responde las siguientes preguntas.



- a. ¿Cuál es la probabilidad de que el número que se obtenga termine en 3?

---


- b. ¿Cuál es la probabilidad de que la primera cifra del número obtenido sea par y la segunda, impar?

---

- c. ¿Cuál es la probabilidad de que el número que resulte comience con un 1 o un 4 y termine con un número primo?

---

6. Daniel sortea entre sus cuatro amigos su juguete favorito. En una bolsa pone cuatro papelitos y solo uno está marcado como ganador. Cada uno irá sacando un papel, desde el de mayor edad hasta el de menor. El menor reclama a Daniel, diciendo que él tendrá menos probabilidad de ganar. ¿Está en lo cierto? Construye un diagrama de árbol, escribe las probabilidades y determina si quien reclama está en lo correcto.



---

---

# Tema 3: Comportamiento aleatorio

## Paseos aleatorios y frecuencias relativas

1. Marca con un  o una  si las siguientes situaciones corresponden a un comportamiento aleatorio o no. Justifica tu respuesta.

a.  La elección de un camino de retorno a un lugar, si todos tienen la misma distancia.

---

b.  Un concurso de elegir entre tres puertas, sin tener información.

---

c.  El camino que recorre un perrito que se encuentra perdido en la ciudad.

---

d.  La elección de la ropa a comprar por una persona.

---

2. Camila participa en un concurso de televisión en el que se juega a la ruleta, formada por 5 sectores iguales, donde podrá ganar \$ 100, \$ 500, \$ 1 000, \$ 10 000 o nada, respectivamente. Después de girar la ruleta, Camila debe lanzar una moneda: si sale cara gana el premio de la ruleta, si no, lo pierde. Camila tiene un registro con los resultados de girar la ruleta en los juegos anteriores.

a. Completa la tabla con las frecuencias relativas.

Resultado	Nada	\$ 10 000	\$ 50 000	\$ 100 000	\$ 1 000 000
Frecuencia	10	12	7	8	3
Frecuencia relativa					

b. Describe el espacio muestral asociado al juego descrito.

---

c. Desarrolla el diagrama de árbol para el juego. Usa las frecuencias para asignar probabilidades.

d. Identifica en el diagrama de árbol el evento "Camila gana \$ 100 000 o gana \$ 1 000 000" y calcula su probabilidad.

---

3. Una muestra aleatoria de 200 adultos se clasifica en la tabla por género y nivel de educación.

Educación	Hombre	Mujer
Básica	38	45
Media	28	50
Superior	22	17

Supongamos que la muestra es representativa de una población.

- a. Considera el siguiente experimento aleatorio: a una persona de la población se le pregunta su nivel educacional y se registra su género. ¿Es posible modelar la situación como un paseo aleatorio usando un diagrama de árbol? Si tu respuesta es afirmativa construye un diagrama de árbol utilizando la tabla anterior para asignar probabilidades. Si tu respuesta es negativa, justifícala.

- b. ¿Cuál es la probabilidad de que la persona sea mujer?

---

- c. ¿Cuál es la probabilidad de que la persona no tenga educación Superior?

---

- d. ¿Cuál es la probabilidad de que la persona sea hombre con educación Media?

---

- e. ¿Cuál es la probabilidad de que la persona tenga educación Media o Superior?

---

- f. Según otro registro, el 30 % de las personas con educación Superior seguirían estudios de perfeccionamiento; el 60 % de las personas con educación Media les gustaría realizar estudios universitarios; y el 80 % de las personas con educación Básica, quieren tener educación Media. A partir de esto, ¿cuál es la probabilidad de que una persona de la población sea un hombre que **no** quiera seguir estudiando más allá de su nivel educacional?

---



---

## Paseos aleatorios y probabilidad

1. Se lanza un dado. Si se obtiene un número par, se introduce una bolita verde a una urna vacía, y si se obtiene un número impar, se introduce una bolita roja. Si esto se realiza 4 veces, entonces:

- a. ¿Cuál es la probabilidad que en la urna se tengan dos bolitas de cada color?
- b. Realiza un diagrama de árbol para el experimento.

c. Si ahora se extrae una bolita, ¿cuál es la probabilidad de que después de la extracción, las tres bolitas restantes en la urna sean del mismo color?

2. Juan Pablo tiene tres monedas no equilibradas tales que las probabilidades de cara en las monedas 1, 2 y 3 son  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{3}{4}$  y  $\frac{1}{5}$ , respectivamente. Juan Pablo lanza las monedas en ese orden.

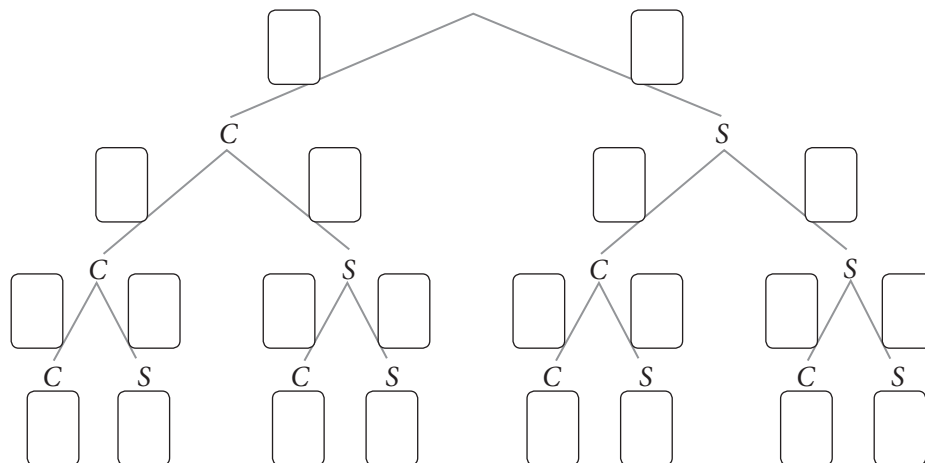
a. Describe el espacio muestral asociado al experimento.

---

b. ¿Es distinto al espacio muestral que resulta en el caso de monedas equilibradas? Explica.

---

c. En el siguiente esquema, completa con sus probabilidades en cada uno de los pasos y luego, en los cuadros inferiores las probabilidades de cada uno de los eventos posibles.



3. En una universidad se estudió la asistencia de los alumnos de cierta carrera y se concluyó que solo el 70% de los estudiantes matriculados asiste a clases. Además, el 90% de los que asisten a clases aprueban el curso, mientras que solo el 20% de los alumnos que no asisten sí aprueba.

a. Desarrolla el diagrama de árbol correspondiente.

b. ¿Cuál es la probabilidad de que al tomar un alumno al azar de esta carrera, sí haya aprobado el curso?

---

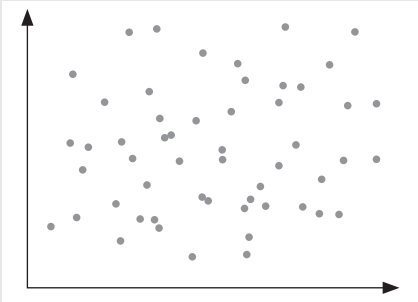
4. Se tiene una urna vacía y se lanza un dado honesto. Si en el lanzamiento del dado se obtiene uno o dos puntos, se introduce a la urna una bolita verde, y en caso de obtener tres o más puntos, se introduce una bolita roja. Supón que este experimento se realiza 4 veces.

a. Realiza un diagrama de árbol para representar la situación.

b. ¿Cuál es la probabilidad que en la urna se tengan dos bolitas de cada color después de los cuatro lanzamientos?

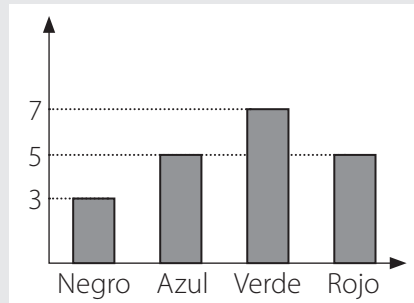
c. Si después de los cuatro lanzamientos una persona extrae una bolita de la urna, ¿cuál es la probabilidad de que las tres bolitas restantes sean del mismo color?

## Marca la opción correcta.

- Al sacar una carta al azar de un naipe inglés, ¿cuál es la probabilidad de que sea 10 y roja?
  - $\frac{1}{2}$
  - $\frac{1}{13}$
  - $\frac{1}{52}$
  - $\frac{1}{26}$
- ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar dos dados (no cargados), la suma de los valores obtenidos sea mayor o igual que 9?
  - $\frac{1}{18}$
  - $\frac{5}{18}$
  - $\frac{1}{6}$
  - $\frac{4}{6}$
- Una urna contiene 8 bolitas verdes, 3 rojas y 9 negras. Si se extraen 3 bolitas al azar, sin reposición, ¿cuál es la probabilidad de que las 3 sean negras?
  - $\frac{1}{20}$
  - $\frac{9}{20}$
  - $\frac{7}{95}$
  - $\frac{3}{20}$
- ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar dos dados (no cargados), uno de ellos sea 4, si se sabe que la suma de los valores es 9?
  - $\frac{1}{2}$
  - $\frac{1}{4}$
  - $\frac{1}{6}$
  - $\frac{3}{4}$
- Se lanza una moneda (no cargada) 200 veces, de las cuales en 105 se obtuvo cara. Si se lanza una vez más, ¿cuál es la probabilidad de obtener nuevamente cara?
  - $\frac{1}{200}$
  - $\frac{1}{400}$
  - $\frac{105}{200}$
  - $\frac{1}{2}$
- En una granja hay 52 animales, entre vacas y chanchos. Si se sabe que la frecuencia relativa de vacas es  $\frac{1}{4}$ , ¿cuántos chanchos tiene la granja?
  - 10
  - 13
  - 52
  - 39
- De las siguientes situaciones, ¿en cuál no se puede asegurar su ocurrencia con certeza?
  - Escoger un número natural y que este sea positivo.
  - Nacer en un mes que tenga entre 27 y 32 días.
  - Lanzar un dado y obtener un número entero positivo.
  - Lanzar dos dados y que el producto de los valores sea menor que 36.
- Se tiene una bolsa con bolitas numeradas del 1 al 25, todas de igual peso y tamaño. Si se extrae una al azar, ¿cuál es la probabilidad de sacar un número par?
  - $\frac{4}{5}$
  - $\frac{3}{25}$
  - $\frac{12}{25}$
  - $\frac{1}{25}$
- En el siguiente gráfico, ¿qué se puede concluir?
  - No existe correlación lineal.
  - Existe correlación lineal.
  - Existe agrupamiento.
  - Existe relación exponencial.

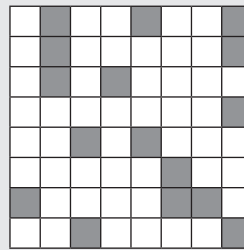
10. A partir del gráfico de barras, que corresponde a los colores que escogen los alumnos de un curso para una polera, ¿cuál es la frecuencia relativa del color azul?

- A.  $\frac{1}{15}$
- B.  $\frac{1}{4}$
- C.  $\frac{1}{45}$
- D.  $\frac{1}{9}$



11. El letrero luminoso de un negocio se dañó y ahora muestra solo cuadrados blancos y grises, como se ilustra en la figura. ¿Cuál es la frecuencia relativa de los cuadrados grises?

- A.  $\frac{1}{4}$
- B.  $\frac{1}{8}$
- C.  $\frac{7}{32}$
- D.  $\frac{7}{64}$

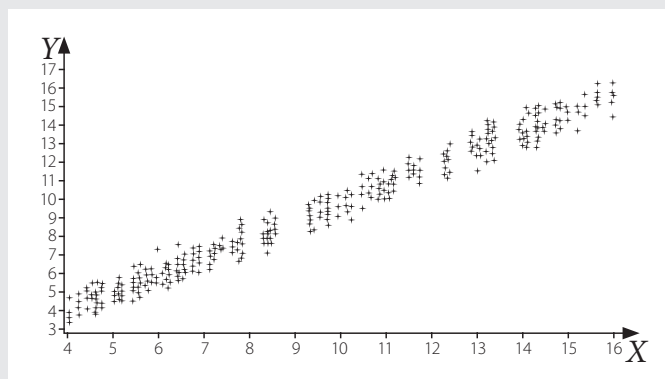


12. Si se extraen, sin reposición, dos cartas al azar de un naipe inglés, ¿cuál es la probabilidad de que ambas sean de diamante?

- A.  $\frac{1}{2}$
- B.  $\frac{1}{4}$
- C.  $\frac{1}{10}$
- D.  $\frac{1}{17}$

13. En el siguiente gráfico, ¿qué se puede concluir?

- A. No existe correlación.
- B. Existe correlación lineal.
- C. Existe agrupamiento.
- D. Ninguna de las anteriores.

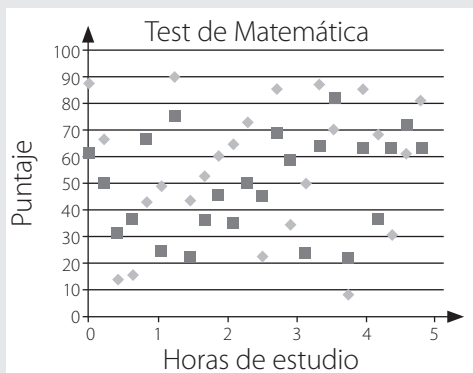


14. Los siguientes datos corresponden a las temperaturas registradas durante 15 días en una cierta ciudad. ¿Cuál es la frecuencia relativa de la temperatura más baja?

4	6	12	4	1
4	1	4	6	2
11	12	2	1	13

- A.  $\frac{4}{5}$   
B.  $\frac{1}{5}$   
C.  $\frac{12}{15}$   
D.  $\frac{1}{15}$

15. Observa el siguiente gráfico.



◆ Colegio A

■ Colegio B

¿Qué afirmación es correcta?

- A. Los alumnos del colegio A tiene mejor rendimiento en menos horas de estudio.  
B. Los alumnos del colegio B tiene mejor rendimiento en menos horas de estudio.  
C. La relación entre horas de estudio y puntaje del test no sigue tendencia alguna.  
D. No existen puntos aislados en la relación horas de estudio y puntaje.

16. Si en un monedero se tienen 2 monedas de \$ 500, 5 de \$ 100 y 7 de \$ 50, ¿cuál es la probabilidad de que al extraer 2 monedas al azar se obtengan \$ 600?

- A.  $\frac{20}{196}$   
B.  $\frac{10}{196}$   
C.  $\frac{20}{182}$   
D.  $\frac{10}{182}$

17. En la siguiente tabla, se muestra la cantidad de trabajadores de un colegio según rango de edad. Si se selecciona una persona al azar, ¿cuál es la probabilidad de que ella tenga menos de 39 años?

Edad	Cantidad
Entre 17 y 25 años	13
Entre 26 y 39 años	25
Entre 40 y 54 años	33
Más de 55 años	9

- A.  $\frac{19}{40}$   
B.  $\frac{1}{2}$   
C.  $\frac{25}{80}$   
D.  $\frac{5}{16}$

18. Para un concurso, se tiene una bolsa con 15 bolitas numeradas del 1 al 15. El participante saca una bolita al azar de la bolsa: si es un número par deja la bolita a un lado y vuelve a sacar; si saca un número primo mayor que 7 entonces gana y en otro caso pierde. Con estas reglas, ¿cuál es la probabilidad de que el participante pierda en la tercera extracción?

- A.  $\frac{1}{13}$   
B.  $\frac{2}{65}$   
C.  $\frac{6}{65}$   
D.  $\frac{2}{13}$



Lee la situación y responde los ítems 19 y 20.

Dos equipos, *A* y *B*, se enfrentan en un campeonato de tenis de mesa. Cada equipo presenta tres jugadores y cada uno tiene la posibilidad de jugar hasta tres partidos. Triunfa el primer equipo que gane cinco partidos. Cada jugador de cada equipo tiene la misma probabilidad de ganar un partido.

19. ¿Cuántos partidos como máximo se podrían jugar hasta que uno de los dos equipos triunfe?

- A. 5
- B. 7
- C. 8
- D. 9

20. ¿Cuál es la probabilidad de que el equipo *A* gane en los primeros 6 encuentros?

- A.  $\frac{1}{2}$
- B.  $\frac{1}{32}$
- C.  $\frac{5}{64}$
- D.  $\frac{1}{16}$

Lee la situación y responde los ítems 21 al 23.

Para la final del campeonato de tenis de mesa solo juegan dos jugadores por equipo. El equipo 1 presenta los jugadores *A* y *B*, y el equipo 2, los jugadores *C* y *D*. El jugador *A* tiene una probabilidad de 0,6 de ganar al jugador *C* y 0,7 de ganar al *D*. El jugador *B* tiene una probabilidad de 0,3 de ganar al jugador *C* y 0,4 de ganar al *D*. Es campeón el primer equipo que gana tres partidos. En el caso de que ambos equipos ganen dos partidos se juega un partido de dobles.

El orden de los partidos es el siguiente: *A* v/s *D*, *A* v/s *C*, *B* v/s *C*, *B* v/s *D* y dobles.

21. ¿Cuál es la probabilidad de que el equipo 1 gane en los primeros tres partidos?

- |         |          |
|---------|----------|
| A. 0,9  | C. 0,42  |
| B. 0,21 | D. 0,126 |

22. ¿Cuál es la probabilidad de que gane el equipo 2 en los primeros tres partidos?

- |          |         |
|----------|---------|
| A. 0,084 | C. 0,21 |
| B. 0,12  | D. 0,28 |

23. ¿Cuál es la probabilidad de que se juegue el dobles?

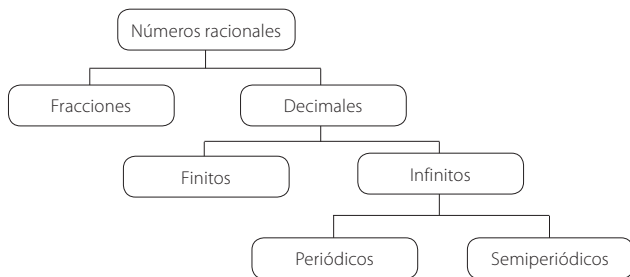
- |          |           |
|----------|-----------|
| A. 0,5   | C. 0,7128 |
| B. 0,856 | D. 0,1432 |

## Unidad 1: Números

### Tema 1: Operatoria en los números racionales

#### Números racionales (Páginas 6 y 7)

- ∉
  - ∉
  - $\frac{18}{25}$
  - $\frac{71}{8}$
  - $\frac{17}{16}$
- es
  - puede ser
  - no es
  - puede ser
- $\frac{18}{25}$
  - $\frac{71}{8}$
  - $\frac{17}{16}$
  - Respuestas variadas, por ejemplo:
    - 1,2
    - 3,095
- ∉
  - ∉
  - $\frac{38}{9}$
  - $\frac{50}{99}$
  - $\frac{216}{999} = \frac{8}{37}$
- ∈
  - ∈
  - ∉
  - ∉
  - ∉
- ∈
  - ∈
  - ∉
  - ∉
  - ∉
- ∈
  - ∈
  - ∉
  - ∉
  - ∉
- ∉
  - ∉
  - $\frac{4}{11}$
  - $\frac{4}{125}$
  - $\frac{14}{15}$
- Infinito periódico.
  - Infinito semiperiódico.
  - Racional.
  - Decimal finito.



- F. Es un número decimal infinito sin período.
  - F. También puede ser infinito periódico o semiperiódico. Por ejemplo,  $\frac{1}{3} = 0,3333333\dots$
  - F. En una fracción el denominador nunca puede ser 0.
  - F. Esto sucede solo en fracciones con el mismo denominador.
  - F. Si son decimales infinitos pero no periódicos ni semiperiódicos, no son números racionales.
  - V

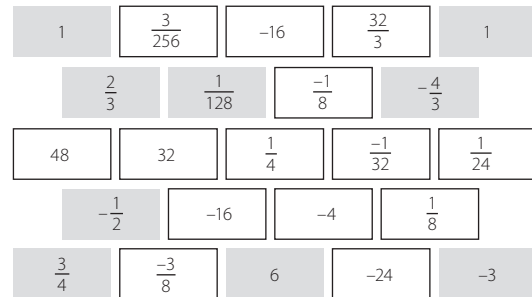
#### Adición y sustracción de números racionales (Páginas 8 y 9)

- $a = b = \frac{1}{4}$     $c = \frac{1}{16}$     $d = \frac{1}{8}$     $e = \frac{1}{16}$     $f = \frac{1}{8}$     $g = \frac{1}{8}$
  - $a + c = \frac{5}{16}$     $a + g = \frac{3}{8}$     $f + e = \frac{3}{16}$     $b + d - e = \frac{5}{16}$
- $\frac{17}{9} = 1,8$
  - $\frac{-31}{45} = -0,6\bar{8}$     $c. \frac{241}{90} = 2,6\bar{7}$     $d. \frac{5}{12}$     $e. 0,95$     $f. 6,1$
- Respuesta variada. Por ejemplo:  $\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$ , o bien  $\frac{1}{3} + \frac{1}{3}$ , o también  $\frac{1}{4} + \frac{5}{12}$ . Existen infinitas posibilidades, las que pueden verse si se utilizan decimales.
- Respuesta variada. Puede ser usando 4 de  $\frac{1}{2}$  kg con 1 de  $\frac{1}{4}$  kg, o bien 3 de  $\frac{1}{2}$  kg con 3 de  $\frac{1}{4}$  kg, o bien 2 de  $\frac{1}{2}$  kg con 5 de  $\frac{1}{4}$  kg, o bien 1 de  $\frac{1}{2}$  kg con 7 de  $\frac{1}{4}$  kg o incluso con 9 de  $\frac{1}{4}$  kg.
  - Respuesta variada. Puede ser usando 2 de  $\frac{1}{2}$  kg con 1 de  $\frac{1}{5}$  kg, o bien 6 de  $\frac{1}{5}$  kg.
- $\frac{3}{4}$
  - Sí, el peso de todos, con la tercera persona incluida, es de 291,1 kg.
  - No, porque los terminó a las 18:05.
  - 173,7 kg    $e. 2,2$  L    $f. 20,5$  km    $g. 3,25$  L
- Carola
  - Jorge
  - 22,4 segundos.
  - 11,4 segundos.
  - 0,8 segundos.

#### Multiplicación y división de números racionales (Páginas 10 y 11)

- $\frac{3}{2}$
  - $\frac{-20}{189}$
  - $\frac{-3}{8}$
  - 2
  - $\frac{1}{3}$
  - $\frac{28}{3}$

2.



- Entre 0 y 1. Entre 1 y 2, respectivamente.
  - Entre 0 y 1. Ya que en este caso el producto es menor que los factores.
  - Sí. Ya que en este caso el producto es mayor que los factores.
- Respuestas variadas, por ejemplo:  $-12 \cdot \frac{1}{75}$ , o bien  $\frac{-3}{5} \cdot \frac{4}{15}$ , o también  $\frac{-1}{5} \cdot \frac{4}{5}$ .  
Son infinitas posibilidades, si  $n$  es un número racional distinto de cero, entonces  $\frac{-12}{n}$  y  $\frac{1}{75n}$  son infinitas fracciones cuyo producto es  $\frac{-12}{75}$ .
- 50 jarrones.
  - 1,5 kg
  - 4 bebidas de 1,5 L.
  - 21 bolsas.
  - Largo: 288,18 pulgadas; ancho 96,06 pulgadas.
  - 62 mg
  - A María Isabel le faltan 410 km por recorrer.
- 1,5 kg
  - 0,45 kg de canela molida.
  - 1,5 kg de coco rallado.
  - \$ 37 800
  - 1,25 kg

#### Propiedades de la adición y multiplicación de números racionales (Páginas 12 y 13)

1. a.

$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{d}$	$\frac{e}{f}$	inverso de			$\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$	$\frac{c}{d} + \frac{a}{b}$	$\frac{a}{b} + \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f}\right)$	$\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) + \frac{e}{f}$	$\frac{a}{b} + \left(-\frac{a}{b}\right)$	$\frac{a}{b} + 0$
			$\frac{e}{f}$	$\frac{c}{d}$	$\frac{a}{b}$						
$\frac{4}{7}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{-3}{4}$	$\frac{-4}{3}$	8	$\frac{39}{56}$	$\frac{39}{56}$	$\frac{-3}{56}$	$\frac{-3}{56}$	0	$\frac{4}{7}$	
$\frac{5}{2}$	$\frac{-4}{3}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{8}{7}$	$\frac{-3}{4}$	$\frac{7}{6}$	$\frac{7}{6}$	$\frac{49}{24}$	$\frac{49}{24}$	0	$\frac{5}{2}$	

b.

$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{d}$	$\frac{e}{f}$	inverso de		$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}$	$\frac{c}{d} \cdot \frac{a}{b}$	$\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right) \cdot \frac{e}{f}$	$\frac{a}{b} \cdot \left(\frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}\right)$	$\frac{a}{b} \cdot 1$	$\frac{e}{f} \cdot 0$
			$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{d}$						
$\frac{1}{2}$	$\frac{-3}{4}$	$\frac{5}{6}$	8	$\frac{-4}{3}$	$\frac{-3}{8}$	$\frac{-3}{8}$	$\frac{-5}{16}$	$\frac{-5}{16}$	$\frac{1}{2}$	0
$\frac{2}{5}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{-3}{4}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{2}{5}$	1	1	$\frac{-3}{4}$	$\frac{-3}{4}$	$\frac{2}{5}$	0

- $=$
  - $=$
  - $=$
  - $=$
  - $=$
  - $=$
- Respuesta variada, por ejemplo:  
Con  $n = 1$  queda  $\frac{1}{1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$  lo cual es cierto.  
Con  $n = 2$  queda  $\frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$  lo cual es cierto.  
La fórmula es correcta porque  
$$\frac{1}{(n+1)} + \frac{1}{(n(n+1))} = \frac{1}{(n+1)} \cdot \left(1 + \frac{1}{n}\right) = \left(\frac{1}{n+1}\right) \cdot \left(\frac{n+1}{n}\right) = \frac{1}{n}$$
- C
  - F
  - E
  - D
  - A
  - B

5. Respuestas variadas, por ejemplo

- a.  $\frac{2}{3} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \frac{1}{5}$   
 b.  $\frac{14}{3} < \frac{3}{3} < \frac{9}{4} < \frac{15}{2}$   
 c.  $\frac{3}{16} < \frac{1}{3} < \frac{1}{2} < \frac{7}{9}$   
 d.  $\frac{4}{1000} < \frac{39}{10000} < \frac{19}{5000} < \frac{37}{10000}$   
 e.  $-\frac{19}{4} < -\frac{23}{5} < -\frac{17}{9} < -\frac{21}{5}$   
 f.  $-\frac{3}{7} > -\frac{9}{20} > -\frac{5}{10} > -\frac{8}{15}$   
 g.  $-\frac{134}{100} > -\frac{1344}{1000} > -\frac{1345}{1000} > -\frac{1346}{1000}$   
 h.  $-\frac{19}{4} < -\frac{29}{20} < -\frac{7}{5} < -\frac{4}{3}$

6. a. F. Contraejemplo:  $\frac{3}{2} \cdot \frac{5}{3} = \frac{5}{2}$  y  $\frac{5}{2}$  es mayor que  $\frac{3}{2}$  y que  $\frac{5}{3}$ .  
 b. F. El elemento neutro para la adición de números racionales es el 0.  
 Contraejemplo:  $\frac{2}{3} + 1 = \frac{5}{3}$  que no es  $\frac{2}{3}$ .  
 c. F. Contraejemplo:  $0,3 \cdot 3 = 1$  y 1 no es un número decimal periódico.  
 d. V. Por ejemplo,  $\frac{1}{2} : \frac{1}{6} = 3$  y 3 es mayor que  $\frac{1}{2}$  y que  $\frac{1}{6}$ .  
 e. V. Por ejemplo,  $\frac{4}{5} + \frac{1}{3} = \frac{17}{15}$  y  $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{7}{6}$  son todos números racionales.

### Operaciones combinadas (Páginas 14 y 15)

1.

a	b	c	a + b · c	b + c : a	2b + c
-2,4	1,08	3,8	1,704	-0,503	5,96
5,01	-8	0,32	2,45	-7,934	-15,68
1,4	8,5	-9,7	-81,05	1,571	7,3
-9	7,2	5,034	33,2445	5,522	19,434

2. a. El error está en que  $0,1\bar{6} = \frac{15}{90}$  y no es  $\frac{16}{9}$ .  
 El desarrollo correcto es  
 $(0,5 - 0,1\bar{6}) : 2,4 + 0,25 = \left(\frac{5}{9} - \frac{15}{90}\right) : \frac{22}{9} + 0,25$   
 $= \frac{35}{90} \cdot \frac{9}{22} + 0,25$   
 $= \frac{35}{220} + \frac{1}{4} = \frac{7}{44} + \frac{1}{4} = \frac{9}{22}$
- b. El error es de agrupación de operaciones,  $-\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{3} : \frac{5}{2}$  se interpretó como  $\left(-\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{5}{3} : \frac{5}{2}\right)$ , pero la interpretación correcta es  $-\frac{1}{2} + \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{3} : \frac{5}{2}\right)$   
 La resolución correcta es  
 $-0,5 + \frac{3}{4} \cdot 1,6 : 2,5 + 0,7 = -\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{3} : \frac{5}{2} + \frac{7}{9}$   
 $= -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{7}{9} = \frac{7}{9}$
3. a. 150 millones  
 b. Océano Atlántico  $\frac{7}{40}$  Océano Pacífico  $\frac{7}{20}$   
 Océano Índico  $\frac{7}{50}$  Océano Ártico  $\frac{7}{200}$   
 c. 175 millones
4.  $-\frac{1}{100}$
5. a. 16 919,942 m<sup>2</sup> b. 0,96 toneladas  
 6. a.  $\frac{205}{66}$  b.  $\frac{16}{13}$  c. -2 d.  $\frac{25}{78}$   
 7. a.  $\frac{1}{7}$  b. 304 mL

### Tema 2: Potencias

#### Potencias de base y exponente entero (Página 16)

1. a. F. Contraejemplo:  $1^1 = 1$  c. V. Por ejemplo,  $(2^2)^3 = 2^6$   
 b. V. Por ejemplo,  $(-2)^3 = -8$  d. F. Contraejemplo:  $(-2)^2 = 4$

2.

a	b	(a + b) <sup>2</sup>	a <sup>2</sup> + b <sup>2</sup>	(a + b) <sup>-2</sup>	a <sup>-2</sup> - b <sup>-2</sup>
-2	3	1	13	1	0,139
-4	-6	100	52	0,01	0,035
2	5	49	29	0,02	0,21

- a. No, porque dan resultados diferentes.  
 b. No, porque dan resultados diferentes.  
 c. Sí. Porque las potencias aplicadas a una suma o resta no se distribuye. No es igual que sumar o restar las potencias.  
 3. Termina en 7. Porque toda potencia par de 4 termina en 6, y además es número positivo. Por otro lado, toda potencia par de 9 termina en 1. Luego,  $(-4)^{120}$  termina en 6 y  $9^{200}$  termina en 1, por lo que  $(-4)^{200} + 9^{200}$  termina en 7.

#### Potencias de base racional y exponente entero (Página 17)

1. a. = c. = e. > g. = i. =  
 b. > d. > f. > h. <
2. a. Figura 0: lado  $\frac{1}{3}$  Figura 1: lado  $\frac{1}{9}$  Figura 2: lado  $\frac{1}{27}$   
 b. El área de cada figura es  $\frac{8}{9}$  del área de la figura anterior, porque se le quita  $\frac{1}{9}$  a cada cuadrado que haya.  
 c. Figura 0: área  $\frac{8}{9}$  Figura 1: área  $\left(\frac{8}{9}\right)^2$  Figura 2: área  $\left(\frac{8}{9}\right)^3$   
 d. Figura 3: área  $\left(\frac{8}{9}\right)^4$  Figura 4: área  $\left(\frac{8}{9}\right)^5$  Figura 5: área  $\left(\frac{8}{9}\right)^6$

#### Multiplicación y división de potencias de base racional (Páginas 18 y 19)

1. a.  $\left(\frac{6}{7}\right)^4$  d.  $\left(\frac{4}{9}\right)^5$  g.  $0,6^{10} \cdot 0,5^4$  j.  $\left(-\frac{9}{10}\right)^3$   
 b.  $\left(\frac{2}{5}\right)^9$  e.  $2^{-2}$  h.  $-\left(\frac{2}{5}\right)^7$  k. 3  
 c.  $9^7$  f.  $\left(-\frac{5}{3}\right)^5$  i.  $(0,8)^4$  l.  $4^8$
- 2.

a	b	a · b	a : b
0,008	0,2	$\left(\frac{1}{5}\right)^4 = 0,2^4 = 0,0016$	$\left(\frac{1}{5}\right)^2 = 0,2^2 = 0,04$
0,125	0,5	$\left(\frac{1}{2}\right)^4 = 0,5^4 = 0,0625$	$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 0,5^2 = 0,25$
0,64	0,8	$\left(\frac{4}{5}\right)^3 = 0,8^3 = 0,512$	$\left(\frac{4}{5}\right) = 0,8$
0,0625	0,25	$\left(\frac{1}{2}\right)^6 = 0,5^6 = 0,015625$	$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 0,5^2 = 0,25$
0,55	0,252	$\left(\frac{1}{2}\right)^6 = 0,5^6 = 0,015625$	$\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 0,5^{-2} = 4$

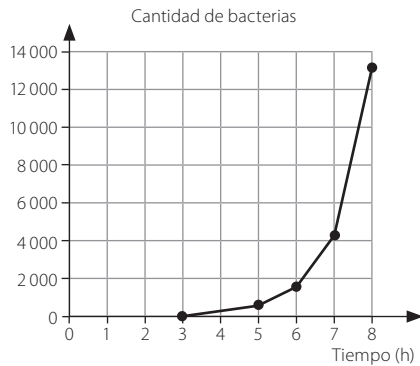
- a. Respuesta variada. Por ejemplo: Sí, porque es más fácil operar con potencias para multiplicar y dividir.  
 b. Respuesta variada. Por ejemplo: Con fracciones, porque es más fácil operar con fracciones y potencias para multiplicar y dividir.  
 c. Pregunta abierta.
3. a. V b. V  
 c. F. Se tiene  $\left(\frac{3}{4}\right)^6 \cdot \left(\frac{7}{2}\right)^{-6} \cdot \left(\frac{14}{9}\right)^6 = 3^{-6}$   
 d. V  
 e. F. Se tiene  $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-4}$   
 f. V
4. a.  $(1,2)^6$   
 b.  $2 \cdot 1,2^5 + 2 \cdot 1,2^4 + 2 \cdot 1,2^3$   
 c. Aumenta  $4^3 = 64$  veces su volumen.  
 d. Aumenta  $5^3 = 125$  veces su volumen.

#### Crecimiento y decrecimiento exponencial (Página 20 y 21)

1. a. 2 000 bacterias.  
 b. 162 000 bacterias.

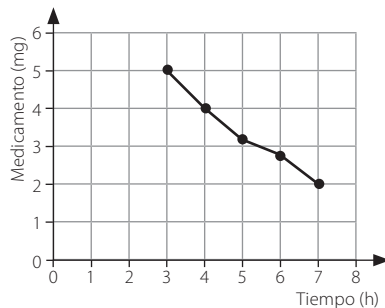
c.

Tiempo (h)	Bacterias (miles)
3	54
5	486
6	1 458
7	4 374
8	13 122



2. a. 5,12 g de sal quedan sin disolver.  
b. Quedan 5 gramos sin disolver cuando han pasado más de 3 minutos.
3. a. 800 alumnos.  
b. 392 alumnos.
4. a. Alcanza  $0,9^3 = 0,729$  m de altura.  
b. 7 rebotes.  
c. Alcanza 34,9 cm en el décimo rebote.
5. a. 6,4 mg  
b.

Tiempo (h)	Medicamento (mg)
3	5,12
4	4,096
5	3,2768
6	2,6214
7	2,0972



c. Después de 7,2 horas.

**Preguntas de selección múltiple** (Páginas 22 a la 25)

- |      |       |       |       |
|------|-------|-------|-------|
| 1. D | 9. B  | 17. D | 25. D |
| 2. C | 10. A | 18. D | 26. A |
| 3. D | 11. B | 19. D | 27. A |
| 4. C | 12. C | 20. C | 28. D |
| 5. B | 13. C | 21. B | 29. C |
| 6. A | 14. B | 22. B | 30. C |
| 7. D | 15. A | 23. B | 31. B |
| 8. A | 16. B | 24. C |       |

**Unidad 2: Álgebra y funciones**

**Tema 1: Productos notables**

**Cuadrado y cubo de un binomio** (Páginas 26 y 27)

1.

a	b	(a + b) <sup>2</sup>	a <sup>2</sup> + b <sup>2</sup>	a <sup>2</sup> + 2ab + b <sup>2</sup>	(a - b) <sup>2</sup>	(b - a) <sup>2</sup>
2	1	9	5	9	1	1
-3	4	1	25	1	49	49
-4	-2	36	20	36	4	4
-2	-5	49	29	49	9	9

  - a. Respuesta variada. Por ejemplo, el cuadrado de una suma no es la suma de los cuadrados, hay que sumar también el doble del producto de los sumandos, con el signo que tengan.
  - b. Respuesta variada. Por ejemplo, el cuadrado de una resta no cambia con el orden en que se reste, es decir, el resultado del cuadrado es el mismo aunque se cambie el signo de lo que se eleva al cuadrado.
2. a.  $\checkmark 4y^2 - 28y + 49$   
b.  $\checkmark x^4y^2 - 4x^2y^3 + 4y^4$
3. a.  $4x^6 - 24x^4 + 36x^2$   
b.  $x^2a^2 - 2xa + 1$   
c.  $9x^2 + 12a^2x + 4a^4$
4. No, porque en el caso de las potencias impares, mantienen el signo de la base, luego  $(a + b)^3$  y  $(-a - b)^3$  tienen signos opuestos.
5. a.  $(50 + 1)^2 = 2\,500 + 100 + 1 = 2\,601$   
b.  $(1\,000 - 3)^2 = 1\,000\,000 - 6\,000 + 9 = 994\,009$   
c.  $(80 + 2)^3 = 512\,000 + 38\,400 + 960 + 8 = 551\,368$   
d.  $(1\,000 - 6)^3 = 1\,000\,000\,000 - 18\,000\,000 + 108\,000 - 216 = 982\,107\,784$
6. a. D    b. E    c. A    d. F    e. B    f. C    g. G
7. a.  $6b$     c.  $54p^2q^2, 8q^6$     e.  $9a^2$     g.  $9a^2b$   
b. 25    d.  $5n, 14$     f.  $28xy$     h.  $48x^2y$
8. a.  $2x^2 + 18$   
b.  $2xy^2 - 5x^2y - y^3$   
c.  $-81a^3 + 81a^2b + 4a^2 - 7ab^2 + 25b^4 + 3b^7$   
d.  $-18m^2n - 54n^3$
9. a.  $(5y^2 + 20y + 20) \text{ cm}^2$     b.  $(y^3 + 6y^2 + 12y + 8) \text{ cm}^3$

**Suma por su diferencia y producto de binomios con un término en común** (Página 28 y 29)

1. a.  $x^2 - 4y^2$     c.  $9x^2 - 1$     e.  $4x^6 - 36x^2$   
b.  $a^4 - b^4$     d.  $16m^2n^2 - n^4$     f.  $y^2z^2 + 2yz^2 + z^2 - 9$
2. a. 9996    c. 39 100  
b. 396    d. 999 991
3. a. C    b. A    c. E    d. B
4. a.  $x^2 - 21x + 108$     c.  $49a^2x^2 - 35ax - 6$   
b.  $36a^6 + 72a^3 + 35$     d.  $25a^4 - 115a^2 + 60$
5. a. 2,21    b. 45 795    c. 276    d. 30 600
6.

x + a	x + b	a + b	ab	x <sup>2</sup> + (a + b) + ab
x + 3	x + 2	5	6	x <sup>2</sup> + 5x + 6
x - 2	x - 5	-7	10	x <sup>2</sup> - 7x + 10
x + 6	x - 3	3	-18	x <sup>2</sup> + 3x - 18
x + 7	x - 5	2	-35	x <sup>2</sup> + 2x - 35
7. a. Corresponden a la suma y la diferencia de dos términos algebraicos.  
b.  $a^2 - b^2$  el primero y  $4x^2 - 4y^2$ , el segundo.
8. a.  $(25a^2 - 49) \text{ m}^2$     b.  $51 \text{ m}^2$
9. a.  $8a^3 + 36a^2 + 54a + 27$   
b. La arista mide 11 cm y el volumen es de  $1331 \text{ cm}^3$ .
10. a.  $2x^2 + 5x + 2$     c.  $2x^2 + 7x + 6$   
b.  $3x^2 + 4x + 1$     d.  $5x^2 + 17x + 6$

**Tema 2: Factorización**

**Factorización por un factor común** (Página 30)

1. a.  $(x + 1)(a + b + c)$   
b.  $ax + bx + cx + a + b + c$
2. a.  $\checkmark$     b.  $\checkmark$     c.  $\times, a(4b - 3)$     d.  $\times, m(m + 2)$

- Respuesta variada. Por ejemplo, la mejor es  $6x(x-4)$  porque  $x$  no tiene factores comunes con 4.
- El error ocurrió al evaluar  $2 \cdot 4 \cdot 27$  como 218 pero es 216. La respuesta correcta es:  $4(-2)^3(3)^2 - 2(-2)^2(3)^3 + 5(-2)(3) = 4(-8)9 - 2(4)(9) + 5(-2)(3) = -288 - 216 - 30 = -534$
- a.  $(x-3)(y+1)$       c.  $(m+1)(a-c)$       e.  $(a-1)(a+1)$   
b.  $(a+c)(b-1)$       d.  $(1-b)(1+2a)$       f.  $(m-1)(n-2)$

### Factorización mediante productos notables: binomios (Página 31)

- a. Error de signo en la fórmula, debe ser  $(6m+1)(36m^2-66m+121)$ .  
b. Error de signos, debe ser  $(4-5n^2)(25n^4+20n^2+16)$ .  
c. Error de fórmula y de signos, debe ser  $(y+12)(y^2-12y+144)$ .  
d. Error de signo en fórmula, debe ser  $(1-10m)(1+10m+100m^2)$ .
- a.  $(2x-y)(4x^2+2xy+y^2)$   
b.  $(ab-n)(a^2b^2+abn+n^2)$   
c.  $(1-2ab)(4a^2b^2+2ab+1)$   
d.  $(5m^2-7n)(25m^4+35m^2n+49n^2)$   
e.  $(3x^2y+2x)(9x^4y^2-6x^3y+4x^2)$   
f.  $8(4t^2-m)(m^2+4mt^2+16t^4)$   
g.  $(y^3-y)(y^6+y^4+y^2)$  o bien  $y^2(y^2-1)(y^4+y^2+1)$   
h.  $(x^4+y^4)(x^8-x^4y^4+y^8)$
- a. 4 años.  
b. Los números suman 16.  
c. 10 m
- a. Es incorrecto su razonamiento, también es suma de cubos.  
b. Sí se puede factorizar.  
c.  $64a^{12}+1 = (4a^4)^3+1^3 = (4a^4+1)(16a^8-4a^4+1)$

### Factorización mediante productos notables: trinomios (Páginas 32 y 33)

- a.  $\checkmark 2(12x^2y^4+5x^2y+50x)$  y también  $x(24xy^4+10xy+100)$ .  
b. La única que no es una factorización correcta es  $36a^3b^4(1+2a^2b^2-2ab^2)$
- a. C      b. B      c. D      d. A      e. F      f. E
- El ancho aumentó 2 metros (y el largo 3 metros).
- a.  $(x-3y)^2$       c.  $(9a-2b)^2$       e.  $(3m+4n)^2$       g.  $(17a+2bc)^2$   
b.  $(ab-5)^2$       d.  $(2m+5)^2$       f.  $(2b-5ac)^2$       h.  $(p^6+8q^4)^2$
- a.  $14x+12$       b.  $14x-4$
- a. Laura se equivoca en paso 2. Ricardo se equivoca en paso 3.  
b.  $(3y-5x+7)(3y+5x-7)$
- El largo aumenta 2 cm y el ancho aumenta 4 cm.
- a.  $+4a^2$       c.  $+x^4$       e.  $+9p^2q^2$   
b.  $+x^2y^2$       d.  $+4m^3n$       f.  $+wz$
- a. B      b. D      c. E      d. C      e. A

## Tema 3: Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas

### Ecuación lineal de dos incógnitas (Página 34)

- a.  $\checkmark$       b.  $\times$       c.  $\times$       d.  $\checkmark$
- Respuestas variadas, por ejemplo:
  - $x+2y=12$ . Una solución:  $x=2, y=5$ , otra solución:  $x=0, y=6$ .
  - $x+y=5000$ . Una solución:  $x=2500, y=2500$ , otra solución  $x=2000, y=3000$ .
  - $a+b=180$ . Una solución:  $a=90, b=90$ , otra solución:  $a=100, b=80$ .
  - $8a+10v=10500$ . Una solución:  $a=600, v=570$ , otra solución:  $a=500, v=650$ .
- a.  $18x=15(x+3000)$   
b. Por el bus se cobró \$ 270 000.      c. La cuota original era \$ 15 000.
- a. No, porque si todos los autos tiene 4 ruedas, 20 autos son 80 ruedas, más que la cantidad de ruedas del enunciado.  
b. No puede haber 10 motos porque tendrían 20 ruedas, y de las 78 ruedas habrían 58 de auto, pero 58 debiera ser múltiplo de 4 y no lo es (porque cada auto tiene 4 ruedas. Sí, puede haber 11 motos, porque tendrían 22 ruedas, y de las 78 ruedas habrían 56 ruedas de auto, y  $56=4 \cdot 14$ , de modo que habría 14 autos.  
c. Hay 19 soluciones posibles:

Motos	37	35	33	31	29	27	25	23	21	19	17	15	13	11	9	7	5	3	1
Autos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19

### Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas (Página 35)

- a. En el caso de Pilar,  $x$  es la cantidad de monedas de \$ 100 y  $y$  es la cantidad de monedas de \$ 500. En el caso de Mario,  $x$  es el valor total en pesos de las monedas de \$ 100 y  $y$  es el valor total en pesos de las monedas de \$ 500.  
b. Hay 20 monedas de \$ 100 y 13 monedas de \$ 500.
- a. V  
b. F. Es compatible si tienen un punto en común, o bien, infinitos.  
c. V. Aunque también puede calcularse el determinante del sistema, por ejemplo.  
d. F. Es posible que no tenga solución.
- a.  $\checkmark$   
b.  $\times$   
c.  $\checkmark$   
d.  $\checkmark$

### Métodos de resolución: igualación, sustitución, reducción y Cramer (Páginas 36 a la 39)

- a.  $x=-6, y=2$   
b.  $x=1, y=2$   
c.  $x=1, y=9$   
d.  $x=8, y=-4$
- a.  $x=5, y=2$   
b.  $x=2, y=2$   
c.  $x=3, y=8$   
d.  $x=-2, y=-9$
- a.  $x=12, y=-4$   
b.  $x=2, y=3$   
c.  $x=10, y=6$   
d.  $x=-1, y=0$
- a.  $x=9, y=-3$   
b. No tiene solución.  
c.  $x=-5, y=-6$   
d.  $x=3, y=2$
- a. Solución única  $x=1, y=1$   
b. Solución única  $x=10, y=10$   
c. Infinitas soluciones  
d. Solución única  $x=2, y=-1$
- a. Son 2 adultos y 4 niños.  
b. Hay 58 gallinas y 25 conejos.  
c. Cada moneda es de \$ 500 y cada billete es de \$ 2 000.  
d. Asistieron 40 adultos y 50 niños.  
e. Antonia tiene 6 años y Emilia tiene 12 años.  
f. La entrada para hombres cuesta \$ 3 500 y para mujeres cuesta \$ 3 000.  
g. 2 amigos y 13 láminas.  
h. Por cada entrada de adulto Jorge pagó \$ 4 500 y por cada entrada de niño \$ 3 000.  
i. Se utilizaron 20 botellas de cinco litros y 100 botellas de dos litros.  
j. Tamara ha ahorrado \$ 160 000 y Sebastián, \$ 90 000.
- a. V  
b. V  
c. F. Son dos rectas paralelas distintas.  
d. F. (5, 3) no satisface a ninguna de las ecuaciones de B.  
e. F. El sistema B es incompatible.
- a. Tuvo 35 respuestas correctas.  
b. No, porque no podría tener media respuesta correcta o incorrecta. Deben ser números naturales.
- 3 fresas, 5 guayabas y 4 naranjas.

**Tema 4: Relación entre dos variables**

**Relaciones lineales de la forma  $f(x, y) = ax + by$  (Página 40)**

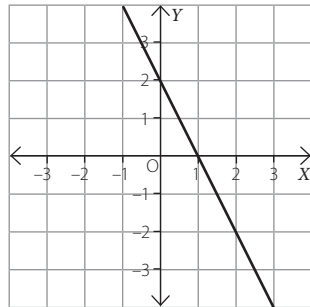
1.

x	y	$f(x,y) = 2x + 0,75y$
2	4	7
1	6	6,5
-2	2	-2,5
0	3	2,25
1,5	-4	0

2. a.  $y = \left(\frac{4}{3}\right)x$                       c.  $y = \left(\frac{4}{3}\right)x - \left(\frac{1}{6}\right)$   
 b.  $y = \left(\frac{4}{3}\right)x - \left(\frac{8}{3}\right)$                       d.  $y = \left(\frac{4}{3}\right)x - 4$

3.

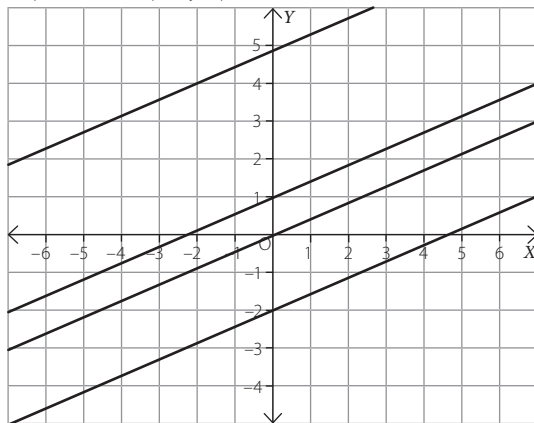
x	y	$f(x,y)$
-1	4	1
-0,5	3	1
0	2	1
2	-2	1
3	-4	1



4. a.  $f(x, y) = 3x - 2y$   
 b.  $f(x, y) = \left(\frac{32}{13}\right)x + \left(\frac{8}{13}\right)y$

**Variación de parámetros (Página 41)**

1. a. Respuesta variada, por ejemplo:



- b.  $3x - 7y = 7$        $3x - 7y = -7$        $3x - 7y = -17$   
 c.  $\frac{3}{7}$        $\frac{3}{7}$        $\frac{3}{7}$   
 d. Las rectas que son paralelas tienen igual pendiente.  
 e.  $f(x, y) = 3x - 7y$  (también puede ser  $-3x + 7y$ )

**Preguntas de selección múltiple (Páginas 42 a la 45)**

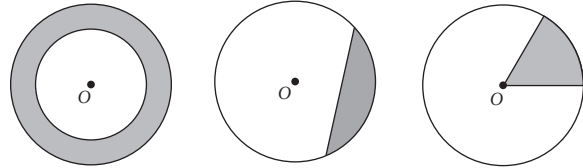
1. D    6. D    11. A    16. A    21. D    26. B    31. B  
 2. C    7. B    12. A    17. B    22. B    27. B    32. B  
 3. B    8. B    13. A    18. D    23. C    28. C    33. A  
 4. C    9. B    14. B    19. A    24. D    29. A    34. C  
 5. A    10. D    15. B    20. D    25. B    30. D

**Unidad 3: Geometría**

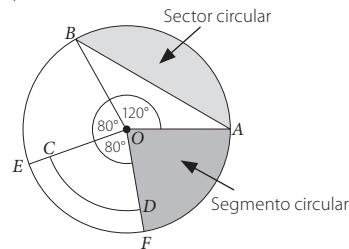
**Tema 1: Sectores y segmentos circulares**

**Elementos de la circunferencia y del círculo (Páginas 46 y 47)**

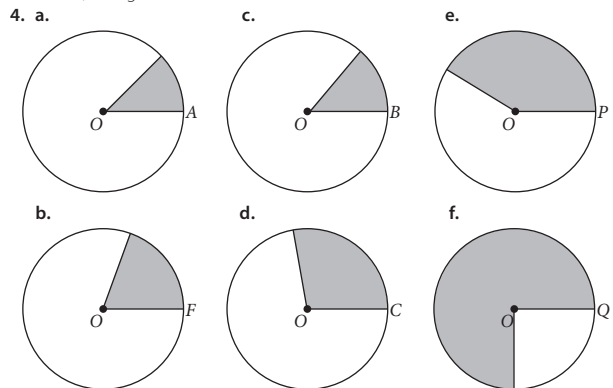
1. a. Radio                      b. Cuerda                      c. Arco                      d. Diámetro  
 2. a. Por ejemplo                      b. Por ejemplo                      c. Por ejemplo



3. a. Por ejemplo,



- b. 11,2 cm.                      c. 2,4 cm.                      d. 80°  
 e. No, el ángulo AOD mide 280°.



5. a. 72°                      b. 45°                      c. 36°  
 6. a. 70°                      b. 20°                      c. 20°                      d. 55°

**Perímetro de un sector y segmento circular (Página 48)**

1. a. 6,28 cm                      b. 2,44 cm                      c. 17,44 cm  
 2. a. 20,56 cm                      c. 10,19 cm                      e. 14,47 cm  
    b. 9,83 cm                      d. 17,42 cm                      f. 10,9 cm  
 3. a. 13,3 cm                      b. 13,56 cm

**Área de un sector y segmento circular (Página 49)**

1. a. V                      b. V  
 c. F. Depende del triángulo. Por ejemplo, con ángulos de 90° y 180° no se cumple.  
 d. F. Por ejemplo, la medida de una cuerda con ángulo 90° y radio 1 es 1,41 y con el doble ángulo, 180°, la cuerda mide 2, que no es el doble de 1,41.  
 2. a. 20,93 cm<sup>2</sup>                      c. 15,35 cm<sup>2</sup>                      e. 21,195 cm<sup>2</sup>  
    b. 18,84 cm<sup>2</sup>                      d. 19,625 cm<sup>2</sup>                      f. 39,25 cm<sup>2</sup>  
 3. a. 1,453 cm<sup>2</sup>                      b. 2,434 cm<sup>2</sup>                      c. 9,51 cm<sup>2</sup>

**Tema 2: Área y volumen del cono**

**Área de un cono (Páginas 50 y 51)**

1. a. F. El área total aumenta, pero no al doble.  
 b. V  
 c. F. La superficie de un cono es menor que la del cilindro, pero no es un tercio.

2. a.  $678,24 \text{ cm}^2$       c.  $1\,176 \text{ cm}^2$       e.  $486,7 \text{ cm}^2$   
 b.  $151,47 \text{ cm}^2$       d.  $2\,066,11 \text{ cm}^2$       f.  $1\,884 \text{ cm}^2$
3. a.  $A = 577,76 \text{ cm}^2$       b.  $A = 2\,543,4 \text{ cm}^2$       c.  $A = 678,24 \text{ cm}^2$
4. María necesitará  $703,36 \text{ cm}^2$ , Susana,  $1\,099 \text{ cm}^2$  y Carlos,  $1\,632,8 \text{ cm}^2$ .
5. a.  $14,45 \text{ cm}$       b.  $12,502 \text{ cm}$       c.  $185,37 \text{ cm}^2$       d.  $263,87 \text{ cm}^2$
6.  $73,76\pi \text{ cm}^2$
7. a. Uno tiene área  $384\pi \text{ cm}^2$  y el otro,  $576\pi \text{ cm}^2$ .  
 b. El de radio igual a  $16 \text{ cm}$ .
8. Aproximadamente,  $1260\pi \text{ cm}^2$ .
9. a.  $A = 40,035 \text{ cm}^2$       b.  $A = 80,17 \text{ cm}^2$
10. a.  $A_{\text{manto}} = 4,14 \text{ cm}^2$       b.  $r = 0,33 \text{ cm}$       c.  $A_{\text{cono}} = 3,49 \text{ cm}^2$

### Volumen de un cono (Páginas 52 y 53)

1. a. F. Su volumen se cuadruplica.  
 b. F. La generatriz es el radio del manto, cuando se extiende.  
 c. V
2. a.  $V = 61,23 \text{ cm}^3$       b.  $V = 1\,227,89 \text{ cm}^3$       c.  $V = 1\,004,8 \text{ cm}^3$
3.  $518,1 \text{ cm}^3$
4.  $4 \text{ cm}$
5. a.  $32,71 \text{ cm}^3$   
 b.  $327,1$  segundos (5 minutos y 27 segundos)
6.  $36\pi \text{ cm}^3$
7.  $0,3768 \text{ L}$ , como máximo.
8.  $2\,009,9 \text{ cm}^3$
9. 56 viajes. Se calcula el volumen acumulado de salitre y se divide por la capacidad de carga. Como el resultado no es un número entero, el camión debe realizar un viaje más para llevar el resto.
10. a.  $12 \text{ cm}$       b.  $9 \text{ cm}$
11.  $8\,505,6 \text{ cm}^3$
12. a.  $\$ 665$       b.  $\$ 1\,463$
13.  $37\,119 \text{ cm}^3$

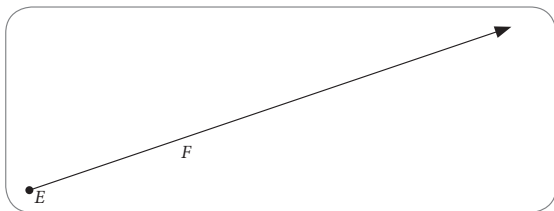
### Tema 3: Homotecia y teorema de Tales

#### Homotecia (Página 54)

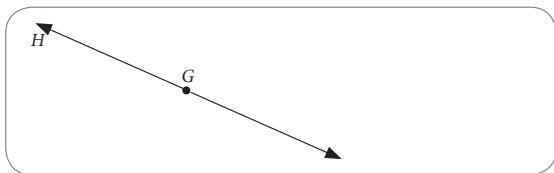
1. a.  $6,2 \text{ cm}$       b.  $4 \text{ cm}$       c.  $2,2 \text{ cm}$       d.  $45^\circ$
2. a.  $k = \frac{1}{2}$       b.  $k = -\frac{1}{2}$
3. a. V  
 b. F. Se encuentra a derecha del  $\Delta OPQ$ .  
 c. V

#### Homotecia de forma vectorial (Página 55)

1. a.

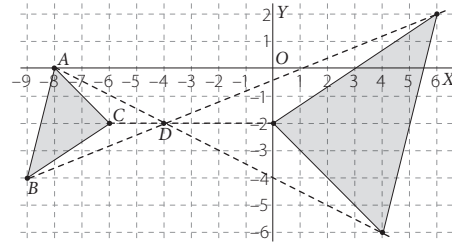


b.

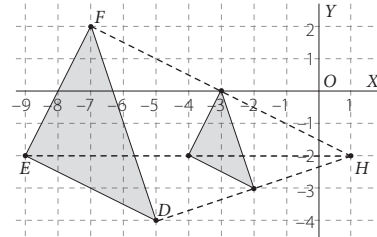


2. a. Centro  $(1, 3)$ ,  $k = -1$   
 b. Centro  $(1, 2)$ ,  $k = 3$

3. a.



b.

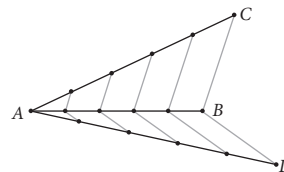


#### Teorema de Tales (Páginas 56 y 57)

1. a. V      b. V      c. V
2. a. F      b. V      c. F      d. V      e. F      f. F
3. a.  $AB = 3 \text{ cm}$       b.  $BD = 10,8 \text{ cm}$
4. Con los del conjunto I se cumple, porque  $\frac{20}{24} = \frac{5}{6}$  y con los del II también se cumple porque  $\frac{18}{6} = \frac{21}{7}$ . Pero con los del III no se cumple porque  $CE = 30 - 4 = 26$ , pero  $\frac{26}{4}$  no es igual que  $\frac{21}{3}$ .
5. a. F      b. F      c. V
6.  $295 \text{ m}$
7. a.  $BC = \frac{288}{17} \text{ cm}$       c.  $AB = \frac{128}{17} \text{ cm}$       e.  $AK = \frac{442}{9} \text{ cm}$   
 b.  $JE = 34 \text{ cm}$       d.  $CD = \frac{128}{17} \text{ cm}$       f.  $LK = \frac{221}{6} \text{ cm}$

#### División proporcional de segmentos (Páginas 58 y 59)

1. a. V      b. V
2. Respuesta variada. Por ejemplo,
- 
3. a.  $m(\overline{AP}) = \frac{5}{4} \text{ cm}$       b.  $m(\overline{PQ}) = \frac{15}{4} \text{ cm}$       c.  $m(\overline{QB}) = 5 \text{ cm}$
4. El segmento de mayor longitud mide  $\frac{480}{7} \text{ cm}$
5.  $45 \text{ cm}$
6. a. Respuesta variada. Por ejemplo,
- 
- b. R está más cerca de B.      c. Q está más cerca de A.
7.  $105 \text{ cm}$       8.  $28 \text{ cm}$  y  $14 \text{ cm}$ .      9.  $28 \text{ cm}$  y  $4 \text{ cm}$
- 10.



### Tema 4: Semejanza

#### Semejanza de figuras (Páginas 60 y 61)

1. a. F. Las medidas de los lados pueden no ser proporcionales.  
 b. V  
 c. F. Las medidas de lados correspondientes deben ser proporcionales, pero no las medidas de lados de cada triángulo iguales entre sí. Si se cumple el recíproco: Si dos triángulos son equiláteros, entonces son semejantes.  
 d. V

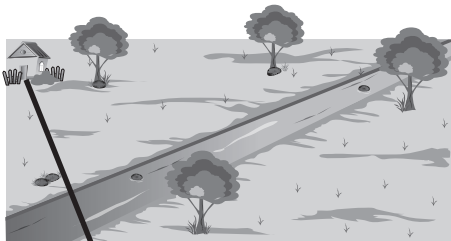
- La razón de semejanza es  $\frac{4}{7}$ .
- La profundidad es 24,5 m.
- a. El ancho mide 4,8 cm.  
b. El área es de 127 980,16 cm<sup>2</sup>.
- a. Las medidas de la bandera reducida son 6 cm,  $\frac{27}{4}$  cm y 9 cm y las de la bandera ampliada son 16 cm, 18 cm y 24 cm.  
b. La redujo a un 75% y la amplió a 200%.
- La altura del faro es de 24 m.
- a. Los otros lados miden  $\frac{35}{2}$  cm cada uno. En el triángulo menor el lado desigual mide 20 cm, y los otros, 14 cm cada uno.  
b. Los perímetros se encuentran en razón 1,8. Las áreas se encuentran en razón 3,24.  
c. El ancho mide 32,5 cm.  
d. A 125 cm de distancia.

### Criterios de semejanza (Página 62)

- a. Por criterio AA,  $\triangle ABC \sim \triangle BFD \sim \triangle DEF \sim \triangle FGE$ , tienen un ángulo de  $36^\circ$  en el primer vértice y ángulos de  $72^\circ$  en los otros dos vértices.  
b. Por criterio AA,  $\triangle BCF \sim \triangle ADC \sim \triangle BED \sim \triangle DGF$ , tienen un ángulo de  $36^\circ$  en primer y tercer vértice y un ángulo de  $108^\circ$  en el segundo vértice.
- Ambos comparten ángulo en P. Además  $\frac{10}{2} = \frac{12}{2,4}$ , por lo que  $\overline{OQ} \parallel \overline{RS}$ .  
Luego, como  $PS = 10$  cm,  $PQ = 12$  cm,  $PR = 12$  cm,  $PO = 14,4$  cm, y se cumple  $\frac{PS}{PQ} = \frac{12}{10} = 1,2 = \frac{14,4}{12} = \frac{PR}{PO}$ , entonces lados correspondientes son proporcionales. Por tanto,  $\triangle OPQ \sim \triangle RPS$ .  
a. La razón de semejanza es 1,2.  
b.  $m(\sphericalangle RSP) = 70^\circ$
- Primero se observa que  $\triangle QRC \sim \triangle ABC$  con razón 0,5, ya que comparten un ángulo en C y  $CQ = 0,5 CA$  y  $CR = 0,5 CB$ . Por ello,  $QR = 0,5 AB$ .  
Luego se observa que  $\triangle APQ \sim \triangle ABC$  con razón 0,5, ya que comparten un ángulo en A y  $AP = 0,5 AB$  y  $AQ = 0,5 AC$ . Por ello,  $QP = 0,5 CB$ .  
También se observa que  $\triangle PBR \sim \triangle ABC$  con razón 0,5, ya que comparten un ángulo en B y  $BR = 0,5 BC$  y  $BP = 0,5 BA$ . Por ello,  $PR = 0,5 AC$ .  
Finalmente, por proporcionalidad de los tres lados,  $\triangle RPQ \sim \triangle ABC$  con razón 0,5.  
4. a. V  
b. F. Los lados correspondientes deben cumplir una misma proporción.

### Teoremas de Euclides (Página 63)

- Los lados del rectángulo son CD y CB. Por teorema de Euclides,  $CD^2 = DF \cdot AD$ , y también  $CB^2 = AB \cdot BG$ .  
Luego, el área es  $CD \cdot CB = \sqrt{DF \cdot AD} \cdot \sqrt{AB \cdot BG} = \sqrt{DF \cdot AD \cdot AB \cdot BG}$
- a.



- El puente estará a 128,6 m de su casa.
- El área del rectángulo es 480 cm<sup>2</sup>.
- La altura mide 10 cm.
- El cable de la izquierda mide 15 m y el cable de la derecha mide 20 m.

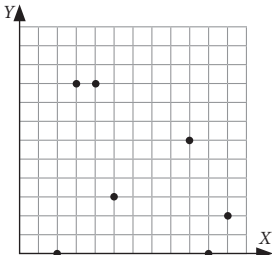
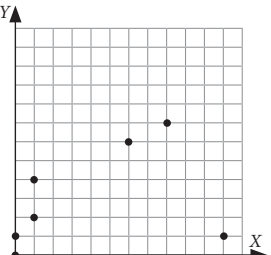
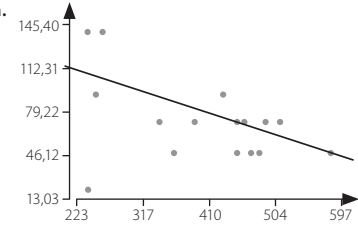
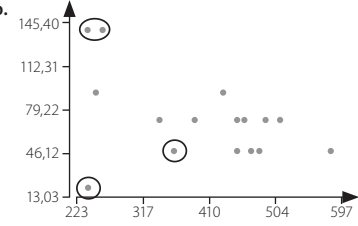
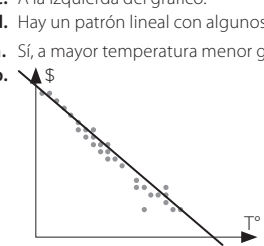
### Preguntas de selección múltiple (Páginas 64 a la 67)

- |      |       |       |       |       |       |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. A | 6. C  | 11. A | 16. B | 21. C | 26. C |
| 2. C | 7. D  | 12. C | 17. B | 22. C | 27. B |
| 3. A | 8. A  | 13. A | 18. A | 23. A | 28. C |
| 4. D | 9. C  | 14. B | 19. D | 24. C | 29. C |
| 5. A | 10. C | 15. D | 20. A | 25. C | 30. D |

## Unidad 4: Probabilidad y estadística

### Tema 1: Comparación de muestras

#### Relación entre dos variables cuantitativas (Páginas 68 y 69)

- a. Al azar  b. Al azar 
- a.  b.   
c. A la izquierda del gráfico.  
d. Hay un patrón lineal con algunos puntos aislados.
- a. Sí, a mayor temperatura menor gasto.  
b. 
- a. Los gráficos A, B, D y E, presentan un grado de correlación lineal.  
b. En el gráfico E se puede observar una relación parabólica.  
c. El gráfico C parece ser completamente aleatorio.

#### Relación entre dos variables cualitativas (Página 70 y 71)

- |        | Perro | Gato | Loro |
|--------|-------|------|------|
| Norte  | 3     | 9    | 9    |
| Centro | 4     | 7    | 1    |
| Sur    | 8     | 4    | 1    |
- Respuesta variada.
- a. 90                      b. 125                      c. 110  
d. A mayor cantidad de cigarrillos, mayor gravedad del ataque cardíaco.

#### 4. a.

		Frecuencia absoluta		Frecuencia relativa	
		Sí	No	Sí	No
Tabaquismo	Depresión	2	6	0,1	0,3
	Depresión	4	8	0,2	0,4

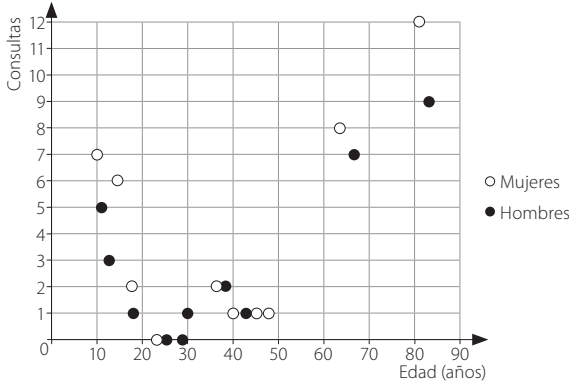
- Hay 6 personas que sufren de depresión y 8 de tabaquismo.
- De las personas que sufren depresión el 33,3% sufren tabaquismo.



- d. Es más probable que no sufra depresión, ya que 6 de cada 8 personas que sufre de tabaquismo sufre de depresión.
- e. Respuesta variada. Por ejemplo, se podría responder que a partir de los datos no se puede determinar que exista una relación entre el tabaquismo y la depresión, ya que pocas personas cumplen con ambas enfermedades.

■ **Comparación de dos poblaciones** (Páginas 72 y 73)

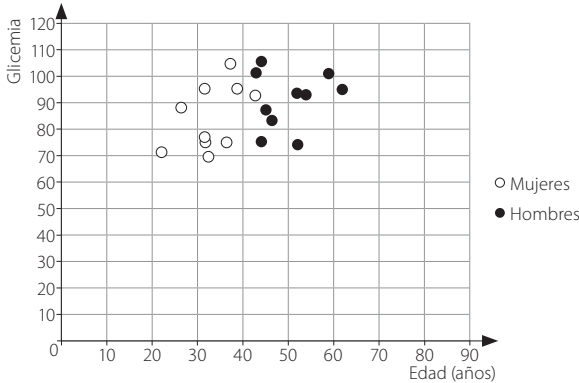
1. a.



- b. Edades bajas o altas consultan más.  
Hombres y mujeres consultan de similar modo

- 2. a. Respuesta variada. Por ejemplo, el rango de edad de las mujeres está entre los 22 y 42 años, mientras que el de los hombres, entre los 43 y 62 años. Por otro lado la glicemia en las mujeres fluctúa entre 70 y 106, y en los hombres 74 y 106. Se puede observar que aunque la edad de los hombres es mayor, la glicemia se mantiene en rangos similares.

b.



- c. Respuesta variada. Se puede apreciar que al aumentar la edad existe una tendencia a aumentar la glicemia. Este aumento es mayor en mujeres que en hombres, pero la máxima glicemia es la misma en ambos. Puede que el hecho de que el grupo de las mujeres tenía menor edad haga presumir que el aumento de la glicemia es más notorio en las mujeres que en hombres al aumentar la edad. Si bien se observa una tendencia, existen puntos atípicos tanto para el grupo de los hombres como para el de las mujeres, pero los puntos atípicos en los hombres también afecta en la inclinación de la recta que se construye.

**Tema 2: Propiedades de la probabilidad**

■ **Unión e intersección de eventos** (Páginas 74 y 75)

- 1. a. {cara-cara-cara, cara-cara-sello, cara-sello-cara, sello-cara-cara, cara-sello-sello, sello-cara-sello, sello-sello-cara, sello-sello-sello}
  - b. {(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)}
  - c. {(1, cara), (1, sello), (2, cara), (2, sello), (3, cara), (3, sello), (4, cara), (4, sello), (5, cara), (5, sello), (6, cara), (6, sello)}
  - d. {(cara, 1), (cara, 2), (cara, 3), (cara, 4), (cara, 5), (cara, 6), (sello, cara), (sello, sello)}
2. a. 18      b. 48
3. a. 25      b. 10      c. 0,5      d. 0,3

- 4. a. {(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)}
- b.  $\frac{1}{6}$       c.  $\frac{20}{36}$       d.  $\frac{1}{12}$
- 5. a. La elección de representante de Matemáticas y de Lenguaje.
- b. Si los profesores de Matemática se le asignan las letras *a, b, c, d, e*; a los de Lenguaje las letras *p, q, r*; y a los de Ciencias las letras *x, y, z*, entonces las combinaciones posibles son:
 

abcprxyz	abepqxyz	adepqxyz	bdepqxyz
abcpqxyz	abepqxyz	adepqxyz	bdepqxyz
abcprxyz	acdpqxyz	adepqxyz	bdepqxyz
abcprxyz	acdpqxyz	adepqxyz	bdepqxyz
abcqrxyz	acdprxyz	bcdepqxyz	bdepqxyz
abdprxyz	acdprxyz	bcdepqxyz	bdepqxyz
abdprxyz	acdprxyz	bcdepqxyz	bdepqxyz
abdprxyz	acdprxyz	bcdepqxyz	bdepqxyz
abdprxyz	acdprxyz	bcdepqxyz	bdepqxyz
abdprxyz	acdprxyz	bcdepqxyz	bdepqxyz
abdprxyz	acdprxyz	bcdepqxyz	bdepqxyz
abdprxyz	acdprxyz	bcdepqxyz	bdepqxyz
abdprxyz	acdprxyz	bcdepqxyz	bdepqxyz
abdprxyz	acdprxyz	bcdepqxyz	bdepqxyz
abdprxyz	acdprxyz	bcdepqxyz	bdepqxyz
- c. Espacio muestral
- d. De Matemáticas: *abc abd abe acd ace ade bcd bce bde cde*  
De Lenguaje: *pq pr qr*  
De Ciencias: *x y z*
- e. No se puede, ya que son experimentos distintos en cada caso.
- 6. a. 5      b. 26      c. 45      d. 20      e. C
- 7. a. Evento cuyos elementos pertenecen a uno o más de los conjuntos dados.  
b. Evento cuyos elementos son comunes a todos los conjuntos dados.

■ **Reglas aditivas de la probabilidad** (Páginas 76 y 77)

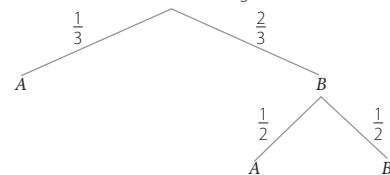
- 1. a. 0,25      b. 0,5      c. 0,416      d. 0,5
- 2. a.  $A = \{4, 5, 6\}, B = \{1, 2, 3, 4\}$   
b.  $P(A) = 0,5, P(B) = 0,6$   
c.  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, A \cap B = \{4\}$   
d.  $P(A \cup B) = 1, P(A \cap B) = 0,16$   
e.  $P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,5 + 0,6 - 0,16 = 1 = P(A \cup B)$   
f.  $P(A) + P(B) = 0,5 + 0,6 = 1,16 > 1$ . Es imposible.
- 3. a. Las secciones *d, e, f, g* del diagrama.  
b. El evento asociado a la sección *g* del diagrama.  
c.  $P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$
- 4. a.

Estado nutricional	Género		
	Hombres	Mujeres	Ambos géneros
Normal	22	6	28
Bajo peso	0	0	0
Sobrepeso	28	13	41
Obesos	19	17	36
Total	69	36	105

- b. 105 personas.      c.  $\frac{36}{105}$       d.  $\frac{1}{6}$       e.  $\frac{47}{69}$
- 5. a. 0,5      b.  $\frac{1}{30}$       c.  $\frac{5}{6}$       d. 0,4

■ **Reglas multiplicativas de la probabilidad** (Páginas 78 y 79)

- 1. a. Independientes. No se afecta la probabilidad de un evento el que ocurra el otro.  
b. Independientes. No se afecta la probabilidad de un evento el que ocurra el otro.  
c. Dependientes. Si ocurre un evento, el otro no ocurrirá.  
d. Dependientes. Si ocurre un evento, disminuye la probabilidad del otro evento.
- 2. Representamos la situación con un diagrama de árbol:



Los eventos se pueden describir como sigue:

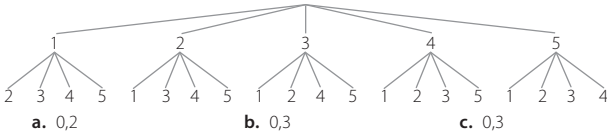
$$A = \{I, II\} \quad B = \{I, C\} \quad A \cap B = \{I, C\}$$

Los eventos no son independientes, porque  $P(A) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{3}$  y  $P(B) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$  y  $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$

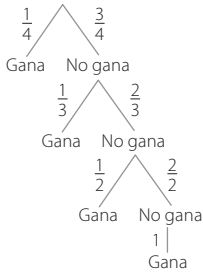
$$\text{Por otra parte } P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

No se cumple que  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

3. a. 0,94      b. 0,95      c. 0,24      d. 0,05  
4. 0,85  
5.



6. a. 0,2      b. 0,3      c. 0,3



La probabilidad de que gane el primer amigo que extrae es  $\frac{1}{4}$ . La probabilidad de que el segundo amigo gane, dado que el primero no ganó, es  $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$ . La probabilidad de que el tercer amigo gane, dado que los anteriores no ganaron, es  $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ . La probabilidad de que gane el último amigo, dado que los anteriores no ganaron, es  $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{4}$ . Todos tienen la misma probabilidad de ganar. Por lo tanto, el amigo menor de Daniel no está en lo cierto.

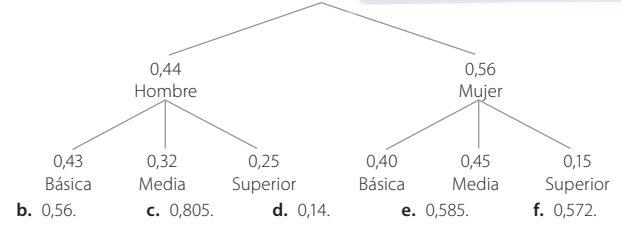
**Tema 3: Comportamiento aleatorio**

**Paseos aleatorios y frecuencias relativas (Páginas 80 y 81)**

1. a. Aleatorio. No hay preferencia.  
b. Aleatorio. No hay preferencia.  
c. Aleatorio. El perrito no conoce el camino.  
d. No aleatorio. Preferirá un tipo de ropa a otro.  
2. a.

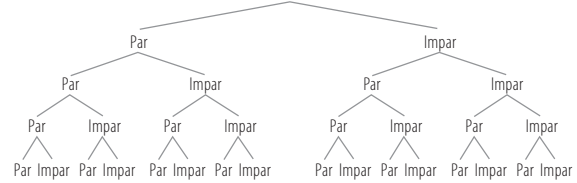
Resultado	Nada	\$ 10 000	\$ 50 000	\$ 100 000	\$ 1 000 000
Frecuencia	10	12	7	8	3
F. relativa	0,25	0,3	0,175	0,2	0,075

- b. {(Nada), (10 000, cara), (50 000, cara), (100 000, cara), (1 000 000, cara), (10 000, sello), (50 000, sello), (100 000, sello), (1 000 000, sello)}  
c.  
0,25      0,3      0,175      0,2      0,075  
Nada      \$ 10 000      \$ 50 000      \$ 100 000      \$ 1 000 000  
0,5      0,5      0,5      0,5      0,5      0,5  
Cara      Sello      Cara      Sello      Cara      Sello      Cara      Sello  
d. La probabilidad del evento es  $0,2 \cdot 0,5 + 0,075 \cdot 0,5 = 0,1375$ .  
3. a. Sí, es posible modelarla por un paseo aleatorio. Este sería el diagrama de árbol asociado.

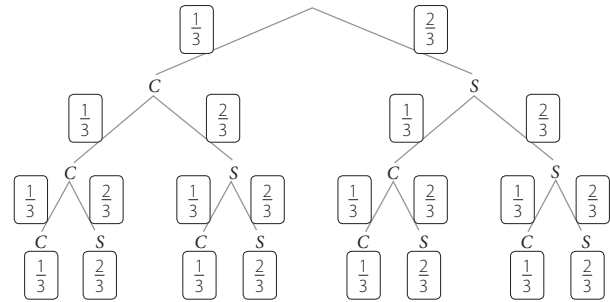


**Paseos aleatorios y probabilidad (Páginas 82 y 83)**

1. a. 0,375  
b.

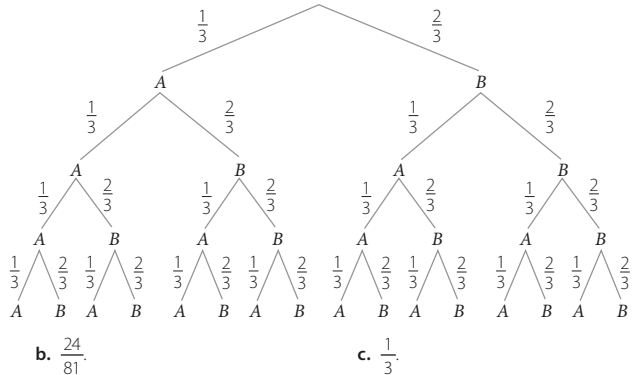


- c. 0,5  
2. a. {(cara, cara, cara), (cara, cara, sello), (cara, sello, cara), (cara, sello, sello), (sello, cara, cara), (sello, cara, sello), (sello, sello, cara), (sello, sello, sello)}  
b. No, es el mismo.  
c.



3. a.  
Asiste      No asiste  
Aprueba      No aprueba      Aprueba      No aprueba  
b. La probabilidad es 0,69.

4. a. Se definen los siguientes eventos.  
A = Obtener 1 o 2 puntos en el lanzamiento del dado.  
B = Obtener 3 o más puntos en el lanzamiento del dado.



- b.  $\frac{24}{81}$       c.  $\frac{1}{3}$   
**Preguntas de selección múltiple (Páginas 84 a la 87)**  
1. D      5. D      9. A      13. B      17. A      21. D  
2. B      6. D      10. B      14. B      18. C      22. A  
3. C      7. D      11. A      15. A      19. D      23. B  
4. A      8. C      12. D      16. C      20. C



Cuaderno de ejercicios

# Matemática

1<sup>o</sup>  
Medio

Bastían Galasso Díaz  
Javiera Setz Mena