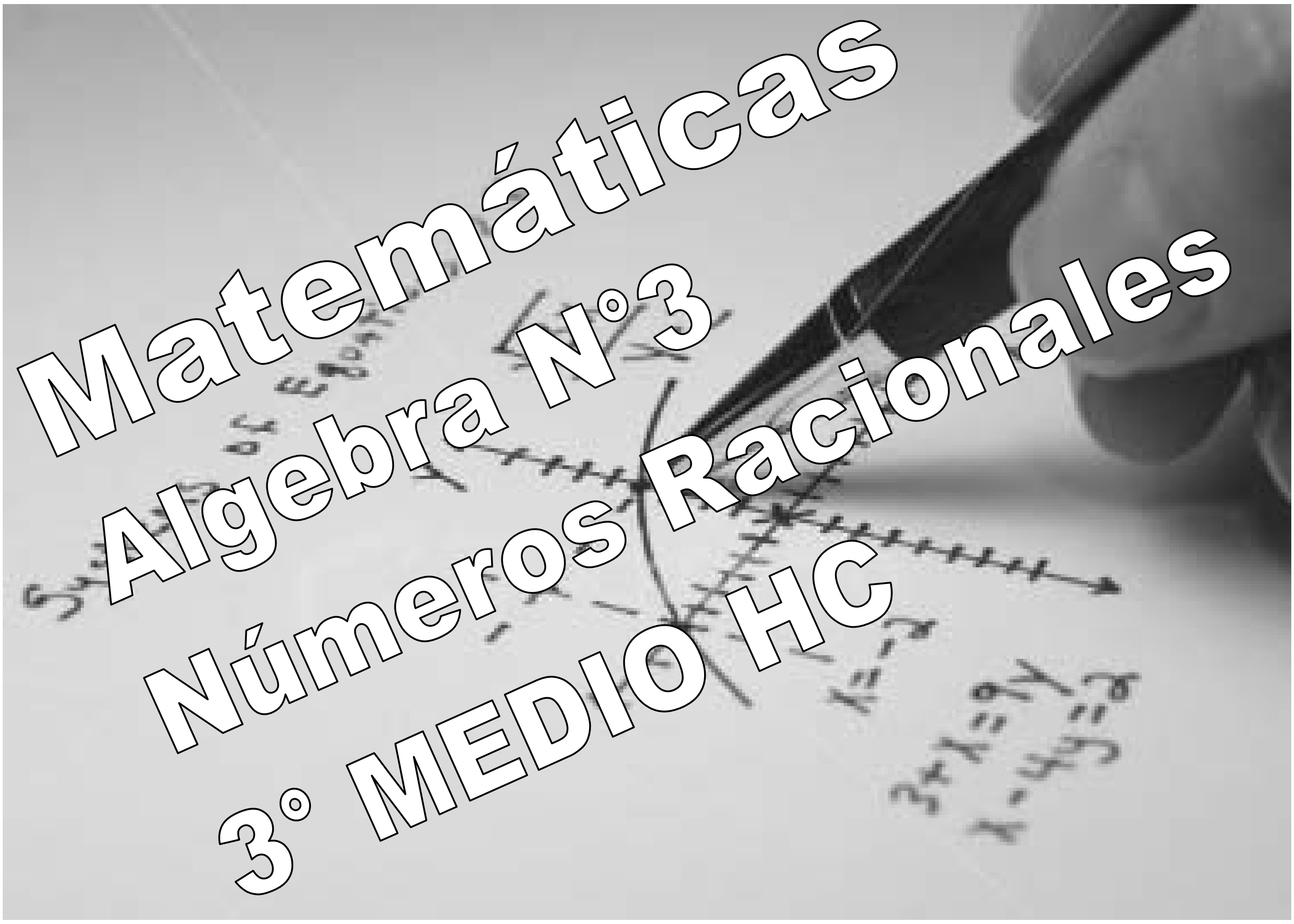
LICEO PARTICULAR MIXTO LOS ANDES

COORDINACIÓN UNIVERSITARIA

PSU-GUIA-CLASES

Objetivo: Practicar habilidades en resolución de problemas de números racionales



Fuente: Preuniversitario Pedro de Valdivia

UNIDAD: NÚMEROS Y PROPORCIONALIDAD

NÚMEROS RACIONALES

NÚMEROS RACIONALES

Los números racionales son todos aquellos números de la forma $\frac{a}{b}$ con **a** y **b** números enteros y **b** distinto de cero. El conjunto de los números racionales se representa por la letra $\mathbb{Q}$.

$$\mathbb{Q} = \{ \frac{a}{b} \;/\; a, b \in \mathbb{Z} \text{ y } b \neq 0 \}$$

IGUALDAD ENTRE NÚMEROS RACIONALES

$$\text{Sean } \frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in \mathbb{Q}. \text{ Entonces: } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \iff a \cdot d = b \cdot c$$

EJEMPLOS

1. ¿Cuál(es) de las siguientes expresiones representa(n) un número racional?

I) $\frac{3}{-4}$
II) 0
III) $\frac{8}{0}$

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo I y II
D) Sólo I y III
E) Todas ellas

2. Con respecto a la igualdad $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$, es **siempre** verdadero que

A) a = 3 y b = 2
B) a = 2 y b = 3
C) a = 4 y b = 6
D) 3a = 2b
E) 2a = 3b

ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

Si $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ $\in \mathbb{Q}$, entonces :

$$\boxed{\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}}$$

OBSERVACIONES

* El inverso aditivo (u opuesto) de $\frac{a}{b}$ es $-\frac{a}{b}$, el cual se puede escribir también como $\frac{-a}{b}$ o $\frac{a}{-b}$.

* El número mixto $A\frac{b}{c}$ se transforma a fracción con la siguiente fórmula:

$$\boxed{A\frac{b}{c} = \frac{A \cdot c + b}{c} \text{ , con } A \geq 0}$$

EJEMPLOS

1. $2 + \frac{5}{6} + 3 =$

A) $5\frac{5}{6}$
B) $\frac{10}{6}$
C) $\frac{30}{6}$
D) $1\frac{1}{6}$
E) $\frac{25}{6}$

2. Si $T = -2\frac{1}{2}$ y $S = -4\frac{3}{4}$, entonces $S - T =$

A) $-7\frac{1}{4}$
B) $-2\frac{1}{4}$
C) $-1\frac{1}{4}$
D) $2\frac{1}{4}$
E) $7\frac{1}{4}$

MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

Si $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d} \in \mathbb{Q}$, entonces :

MULTIPLICACIÓN: $\boxed{\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}}$

DIVISIÓN : $\boxed{\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc} \text{ , } c \neq 0}$

OBSERVACIÓN

- El inverso multiplicativo (o recíproco) de $\frac{a}{b}$ es $\left[\frac{a}{b}\right]^{-1} = \frac{b}{a}$, con $a \neq 0$

EJEMPLOS

1. $\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right] : \left[\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{3} - \frac{1}{2}\right] =$

A) -1
B) $-\frac{4}{5}$
C) $-\frac{1}{36}$
D) $\frac{4}{5}$
E) 1

2. El inverso multiplicativo de $\left[\frac{1}{2} - \frac{3}{4} : \frac{5}{6}\right]$ es

A) $-\frac{10}{3}$
B) $-\frac{5}{2}$
C) $-\frac{3}{10}$
D) $\frac{3}{10}$
E) $\frac{2}{5}$

RELACIÓN DE ORDEN EN $\mathbb{Q}$

Sean $\frac{a}{b}$ **,** $\frac{c}{d} \in \mathbb{Q}$ y **b , d** $\in \mathbb{Z}^+$ **. Entonces :** $\frac{a}{b} \geq \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad \geq bc$

OBSERVACIONES

- Para comparar números racionales, también se pueden utilizar los siguientes procedimientos:
  - igualar numeradores.
  - igualar denominadores.
  - convertir a número decimal.
- Entre dos números racionales cualesquiera hay infinitos números racionales.

EJEMPLOS

1. El orden creciente de los números: $a = \frac{12}{5}$, $b = \frac{12}{9}$, $c = \frac{12}{7}$ es

A) a, b, c
B) b, c, a
C) c, b, a
D) a, c, b
E) c, a, b

2. El orden decreciente de los números $w = \frac{12}{3}$, $x = \frac{5}{3}$, $z = \frac{7}{3}$ es

A) w, x, z
B) x, z, w
C) w, z, x
D) x, w, z
E) z, w, x

3. El orden creciente de los números $a = \frac{7}{8}$, $b = \frac{11}{12}$, $c = \frac{9}{10}$ es

A) a, b, c
B) b, a, c
C) c, a, b
D) a, c, b
E) b, c, a

NÚMEROS DECIMALES

Al efectuar la división entre el numerador y el denominador de una fracción, se obtiene un desarrollo decimal, el cuál puede ser finito, infinito periódico o infinito semiperiódico.

OPERATORIA CON NÚMEROS DECIMALES

- **Adición o sustracción de números decimales:** Para sumar o restar números decimales se ubican las cantidades enteras bajo las enteras, las comas bajo las comas, la parte decimal bajo la decimal y a continuación se realiza la operatoria respectiva.

- **Multiplicación de números decimales:** Para multiplicar dos o más números decimales, se multiplican como si fueran números enteros, ubicando la coma en el resultado final, de derecha a izquierda, tantos lugares decimales como decimales tengan los números en conjunto.

- **División de números decimales:** Para dividir números decimales, se puede transformar el dividendo y el divisor en números enteros amplificando por una potencia en base 10.

TRANSFORMACIÓN DE DECIMAL FINITO A FRACCIÓN

Se escribe en el numerador todos los dígitos que forman el número decimal y en el denominador una potencia de 10 con tantos ceros como cifras decimales tenga dicho número.

EJEMPLOS

1. El desarrollo decimal de la fracción $\frac{5}{6}$ es

A) $0,8\overline{03}$
B) $0,833$
C) $0,83$
D) $0,8\overline{3}$
E) $0,\overline{83}$

2. $(0,75 - 0,3) \cdot 5 =$

A) 0,25
B) 0,45
C) 2,25
D) 3,60
E) 5,25

3. $0{,}06 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}1 =$

A) 0,0030
B) 0,0003
C) 0,00003
D) 0,0000003
E) 0,00012

4. El valor de $3 \cdot \dfrac{0{,}3}{0{,}03}$ es

A) 30
B) 3
C) 0,3
D) 0,03
E) 0,003

5. Si $x = 0{,}01$; $y = 0{,}00001$; $z = 0{,}0001$; entonces $\dfrac{x \cdot z}{y} =$

A) 0,0001
B) 0,001
C) 0,01
D) 0,1
E) 1

6. Si $a = 0{,}06$, $b = 0{,}009$ y $c = 0{,}068$, ¿cuál de las siguientes alternativas indica un orden creciente?

A) b, c, a
B) b, a, c
C) a, c, b
D) c, a, b
E) c, b, a

APROXIMACIONES

Frecuentemente conviene **redondear** o **truncar** un número, dejando una **aproximación** con menos cifras significativas, de las que tiene originalmente.

- **REDONDEO**

Para **redondear** un número decimal finito o infinito se agrega 1 al último dígito que se conserva (redondeo por **exceso**), si el primero de los dígitos eliminados es mayor o igual a 5; si la primera cifra a eliminar es menor que 5, el último dígito que se conserva se mantiene (redondeo por **defecto**). Por lo tanto, como ejemplos, **BAJO ESTA REGLA,** al redondear a la centésima los números 8,346 y 1,3125 se obtiene 8,35 y 1,31, respectivamente.

- **TRUNCAMIENTO**

Para **truncar** un número decimal, se consideran como ceros las cifras ubicadas a la derecha de la última cifra a considerar.
De esta manera, como ejemplo, si se trunca a las centésimas el número 5,7398 resulta 5,73.

ESTIMACIONES

Realizar un cálculo estimativo, consiste en efectuarlo con cantidades aproximadas por redondeo a las dadas, reemplazando dígitos distintos de ceros por ceros, dejando la cantidad de cifras significativas que se indique (lo que habitualmente es una cifra).

EJEMPLOS

1. Al redondear a la milésima el número 4,5387 , resulta

A) 4,5
B) 4,54
C) 4,538
D) 4,539
E) 5

2. Al truncar a la centésima el número 3,6765 , resulta

A) 3,6
B) 3,67
C) 3,68
D) 3,676
E) 3,677

3. ¿Cuánto dinero se estima que necesita una dueña de casa para comprar 4,8 kg de pan, si el kg cuesta $ 620?

A) $ 3.000
B) $ 2.976
C) $ 2.970
D) $ 2.900
E) $ 2.000

RESPUESTAS

Ejemplos / Págs.	1	2	3	4	5	6
1	C	D				
2	A	B				
3	A	B				
4	B	C	D			
5	D	C				
6			A	A	D	B
7	D	B	A			